

① Решити систем једначина  $\frac{dx}{xy^2} = \frac{dy}{x^2y} = \frac{dz}{(x^2+y^2)z}$

Решење: Из  $\frac{dx}{xy^2} = \frac{dy}{x^2y} \Rightarrow \int x dx = \int y dy \Rightarrow \frac{x^2}{2} = \frac{y^2}{2} + \frac{C_1}{2} \Rightarrow \underline{x^2 - y^2 = C_1} \leftarrow \text{први интегр.}$

Из  $\frac{y dx + x dy}{y \cdot xy^2 + x \cdot x^2y} = \frac{d(xy)}{xy(x^2+y^2)} = \frac{dz}{(x^2+y^2)z} \Rightarrow \ln|xy| = \ln|z| + \ln C_2 \Rightarrow \underline{\frac{xy}{z} = C_2} \leftarrow \text{први интегр.}$

Добијени први интеграли представљају решење система.

② РЕШИТИ СИСТЕМ УЈЕДНАЧИНА  $\frac{dx}{2tx} = \frac{dy}{2ty} = \frac{dt}{t^2 - x^2 - y^2}$ .

РЕШЕЊЕ: ИЗ ПРВЕ УЈЕДНАКОСТИ СЛЕДИ  $\int \frac{dx}{x} = \int \frac{dy}{y} \Rightarrow \dots \Rightarrow \ln \left| \frac{x}{y} \right| = \ln C_1 \Rightarrow \underline{\frac{x}{y} = C_1} \quad (1)$

МНОЖЕЊЕМ ПРВОГ ИЗРАЗА СА  $\frac{x}{x}$ , ДРУГОГ СА  $\frac{y}{y}$ , ТРЕЋЕГ СА  $\frac{t}{t}$ , И САБИРАЊЕМ,

ДОБИЈАМО:  $\frac{xdx + ydy + tdt}{2tx^2 + 2ty^2 + t^3 - tx^2 - ty^2} = \frac{\frac{1}{2}d(x^2 + y^2 + t^2)}{t(x^2 + y^2 + t^2)}$ . ИЗЈЕДНАЧАВАЊЕМ

ДОБИЈЕНОГ СА ПРВИМ ИЗРАЗОМ, ДОБИЈАМО ДА ЈЕ  $\frac{d(x^2 + y^2 + t^2)}{2t(x^2 + y^2 + t^2)} = \frac{dx}{2tx} \Rightarrow$

$\dots \Rightarrow \ln \left| \frac{x^2 + y^2 + t^2}{x} \right| = \ln C_2 \Rightarrow \underline{\frac{x^2 + y^2 + t^2}{x} = C_2} \quad (2)$

С ОБЗИРОМ ДА СУ (1) И (2) НЕЗАВИСНИ ПРВИ ИНТЕГРАЛИ, ОНИ ПРЕДСТАВЉАЈУ РЕШЕЊЕ ПОЛАЗНОГ СИСТЕМА.