

Питања се односе искључиво на оне студенте који први пут слушају предмет Нумеричка анализа и који се одлуче да усмени део испита из Нумеричке анализе полажу у току семестра. Поред списка питања са одговарајућим бројем поена, документ садржи детаљна упутства за припрему сваког питања, као и правила за полагање усменог дела испита у току семестра.

ТЕМА	ИСПИТНО ПИТАЊЕ	ПОЕНИ
<b>1. Приближни бројеви и грешке функције</b>	1.1. Теорема о директном проблему оцене грешке приближне вредности функције	6
	1.2. Принцип једнаких релативних грешака	4
<b>2. Нелинеарне једначине</b>	2.1. Теорема о оцени грешке приближног решења једначине	4
	2.2. Регула фалси. Теорема о избору фиксне тачке	8
	2.3. Регула фалси. Теорема о оцени грешке	6
	2.4. Теореме о непокретној тачки	6
	2.5. Метода итерације. Теорема о конвергенцији и оцени грешке	
	2.6. Њутн-Рафсонова метода. Теорема о локалној конвергенцији	6
	2.7. Њутн-Рафсонова метода. Теорема о избору почетне апроксимације	8
	2.8. Њутн-Рафсонова метода. Теорема о оцени грешке	6
<b>3. Системи линеарних једначина</b>	3.1. Метода прости итерације. Теорема о конвергенцији и оцени грешке	6
	3.2. Јакобијева метода. Теорема о потребном и довољном услову конвергенције	4
	3.3. Гаус-Зајделова метода. Теорема о потребном и довољном услову конвергенције	6
<b>4. Системи нелинеарних једначина</b>	4.1. Метода итерације. Теорема о довољном услову конвергенције	8
	4.2. Метода Њутн-Канторовича за систем од две нелинеарне једначине	6
<b>5. Полиномска интерполација</b>	5.1. Интерполација. Лагранжов интерполациони полином	6
	5.2. Интерполација. Њутнов интерполациони полином за нееквидистантне чворове	8
	5.3. Интерполација. Оцена грешке полиномске интерполације	6
	5.4. Лема о вези између подељених и коначних разлика	4
	5.5. Њутнов интерполациони полином за	6

	еквидистантне чворове	
<b>6. Апроксимација функција</b>	6.1. Метода најмањих квадрата	8
	6.2. Апроксимација полиномима	6
	6.3. Преодређени системи линеарних једначина	4
<b>7. Нумеричка интеграција</b>	7.1. Нумеричка интеграција. Правило правоугаоника.	4
	7.2. Нумеричка интеграција. Уопштена формула правоугаоника.	6
	7.3. Нумеричка интеграција. Трапезно правило.	6
	7.4. Нумеричка интеграција. Уопштена трапезна формула	6
	7.5. Нумеричка интеграција. Симпсоново правило	6
	7.6. Уопштена Симпсонова формула	
	7.7. Теорема о оцени грешке Симпсонове формуле	8
<b>8. Обичне диференцијалне једначине</b>	8.1. Тејлорова метода	6
	8.2. Ојлерова метода	4
	8.3. Метода Рунге-Кута другог реда	8

### УПУТСТВО ЗА ПРИПРЕМУ ПИТАЊА

- 1.1. Дефинисати тачну и приближну вредност функције као и апсолутну грешку и границу апсолутне грешке приближне вредности функције. Истаћи који проблем се решава, а затим исказати и доказати теорему.
- 1.2. Дефинисати обратан проблем оцене грешке, а затим решити проблем у односу на принцип једнаких релативних грешака.
- 2.1. Дефинисати интервал изолације корена једначине, а затим исказати и доказати теорему о оцени грешке приближног решења.
- 2.2. Дати графичку илустрацију идеје методе *regula falsi*, а затим исказати и доказати теорему о избору фиксне тачке.
- 2.3. Дати графичку илустрацију идеје методе *regula falsi*, а затим доказати теорему о оцени грешке.
- 2.4. Дефинисати непокретну тачку пресликавања, а затим исказати и доказати Шаудерову теорему о егзистенцији, као и теорему о егзистенцији и јединствености непокретне тачке.

- 2.5. Објаснити идеју методе, а затим исказати и доказати теорему о конвергенцији и оцени грешке.
- 2.6. Објаснити идеју Њутн-Рафсонове методе, а затим исказати и доказати теорему локалној конвергенцији.
- 2.7. Објаснити идеју Њутн-Рафсонове методе, а затим исказати и доказати теорему о избору почетне апроксимације.
- 2.8. Објаснити идеју Њутн-Рафсонове методе, а затим исказати и доказати теорему о оцени грешке.
- 3.1. Написати систем од  $n$  линеарних једначина са  $n$  непознатих у скаларном и матричном облику. Објаснити идеју методе итерације и исказати и доказати теорему о конвергенцији и оцени грешке.
- 3.2. Написати систем од  $n$  линеарних једначина са  $n$  непознатих у скаларном и матричном облику. Објаснити идеју и услове Јакобијеве методе, а затим исказати и доказати теорему о потребним и довољним условима конвергенције.
- 3.3. Написати систем од  $n$  линеарних једначина са  $n$  непознатих у скаларном и матричном облику. Објаснити идеју и услове Гаус-Зајделове методе, а затим исказати и доказати теорему о потребним и довољним условима конвергенције.
- 4.1. Написати систем од  $n$  нелинеарних једначина са  $n$  непознатих у скаларном и матричном облику. Објаснити идеју методе итерације, а затим исказати и доказати теорему о довољном услову конвергенције.
- 4.2. Написати систем од две нелинеарне једначине са две непознате. Извести формуле за решавање тог система Њутн-Канторовичевом методом.
- 5.1. Дефинисати интерполациони полином дате функције и истаћи његову сврху. Извести Лагранжов полином дате функције.
- 5.2. Дефинисати интерполациони полином дате функције и истаћи његову сврху. Дефинисати подељене разлике и извести Њутнов интерполациони полином за нееквидистантне чворове.
- 5.3. Дефинисати интерполациони полином дате функције и истаћи његову сврху. Исказати и доказати теорему о оцени грешке полиномске интерполације.
- 5.4. Дефинисати подељене и коначне разлике и исказати и доказати лему о вези између подељених и коначних разлика.
- 5.5. Дефинисати интерполациони полином дате функције и истаћи његову сврху.

Навести формулу о вези између подељених и коначних разлика, а затим извести Њутнов интерполациони полином дате функције.

- 6.1. Објаснити појам апроксимације функција. Дефинисати одступање у општем случају, а затим демонстрирати методу најмањих квадрата на примеру уопштеног полинома, закључно са системом нормалних једначина.
- 6.2. Објаснити појам апроксимације функција. Дефинисати одступање у општем случају, а затим истаћи идеју методе најмањих квадрата. Написати систем нормалних једначина у матричном облику за општи случај, а затим у скаларном облику за случај апроксимације полиномима.
- 6.3. Написати систем од  $n$  линеарних једначина са  $n$  непознатих у скаларном облику. Дефинисати функцију одступања и истаћи начин добијања решења преодређеног система линеарних једначина.
- 7.1. Објаснити проблем нумеричке интеграције, указати на структуру квадратурне формуле и дефинисати алгебарски степен тачности квадратурне формуле. Извести формулу за правило правоугаоника и навести теорему о оцени грешке.
- 7.2. Објаснити проблем нумеричке интеграције, указати на структуру квадратурне формуле и дефинисати алгебарски степен тачности квадратурне формуле. Навести формулу за правило правоугаоника, а затим извести уопштену формулу правоугаоника и навести теорему о оцени грешке.
- 7.3. Објаснити проблем нумеричке интеграције, указати на структуру квадратурне формуле и дефинисати алгебарски степен тачности квадратурне формуле. Извести формулу за трапезно правило и навести теорему о оцени грешке.
- 7.4. Објаснити проблем нумеричке интеграције, указати на структуру квадратурне формуле и дефинисати алгебарски степен тачности квадратурне формуле. Навести формулу за трапезно правило, а затим извести уопштену трапезну формулу и навести теорему о оцени грешке.
- 7.5. Објаснити проблем нумеричке интеграције, указати на структуру квадратурне формуле и дефинисати алгебарски степен тачности квадратурне формуле. Извести формулу за Симпсоново правило.
- 7.6. Објаснити проблем нумеричке интеграције, указати на структуру квадратурне формуле и дефинисати алгебарски степен тачности квадратурне формуле. Навести Симпсоново правило, а затим извести уопштену Симпсонову формулу и навести теорему о оцени грешке.
- 7.7. Навести Симпсоново правило, а затим исказати и доказати теорему о оцени грешке Симпсоновог правила.

- 8.1. Дефинисати Кошијев проблем за диференцијалну једначину првог реда (уз подсећање шта је непознато у свакој диференцијалној једначини). Шта је аналитичко, а шта нумеричко решење диференцијалне једначине? Извести Тејлорову формулу за решење диференцијалне једначине првог реда.
- 8.2. Дефинисати Кошијев проблем за диференцијалну једначину првог реда (уз подсећање шта је непознато у свакој диференцијалној једначини). Шта је аналитичко, а шта нумеричко решење диференцијалне једначине? Извести Ојлерову формулу као специјалан случај Тејлорове формуле.
- 8.3. Дефинисати Кошијев проблем за диференцијалну једначину првог реда (уз подсећање шта је непознато у свакој диференцијалној једначини). Шта је аналитичко, а шта нумеричко решење диференцијалне једначине? Извести формуле Рунге-Кута другог реда.

### ПРАВИЛА ПОЛАГАЊА

1. Студент полаже питања по сопственом избору, али највише једно питање из једне од осам тематских области.
2. Студент може положити усмени део испита ако сакупи најмање 22 поена.
3. Број поена не може бити већи од **35**
4. Студенту се изузетно може одобрити полагање једне додатне теме

Предметни наставник:

Др Раде Лазовић