

презиме и име студента

број индекса

број поена на I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на $S \subseteq \mathbb{N}$ тако да за све $x, y \in S$ важи

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} (\exists k \in \mathbb{N}) x + 2y = 3k \cdot x.$$

- а) Да ли је релација ρ релација поретка на скупу \mathbb{N} ? Да ли је ρ релација тоталног поретка?
- б) Да ли је релација ρ релација еквиваленције на скупу \mathbb{N} ? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?
- в) Када је $S = \{1, 4, 7, 10, 16, 28\}$ испитати да ли је (S, ρ) релација поретка (као и парцијалног или тоталног поретка) и да ли је решетка. Ако јесте нацртати Хасеов дијаграм и одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа S , као и супремум и инфимум подскупа $S_1 = \{4, 7, 16\}$.

2. (25 поена) Оријентисан граф $G = (V, E)$ је задат својим листама суседства:

$$\ell_1 = \{5, 6\}, \quad \ell_2 = \{1, 3, 5\}, \quad \ell_3 = \{2, 4\}, \quad \ell_4 = \{2, 4, 5\}, \quad \ell_5 = \{6\}, \quad \ell_6 = \{5\}.$$

- а) Нацртати граф G . Одредити скуп чворова V и скуп грана E . Да ли је он бипартитан?
- б) Одредити улазни степен $d^-(v)$ и излазни степен $d^+(v)$ сваког чвора.
- в) Написати матрицу суседства A , матрицу инциденције чворова и грана S и матрицу растојања D .
- г) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.
- д) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 5 до чвора 2, тј. од чвора 4 до чвора 5? Навести све те путеве.

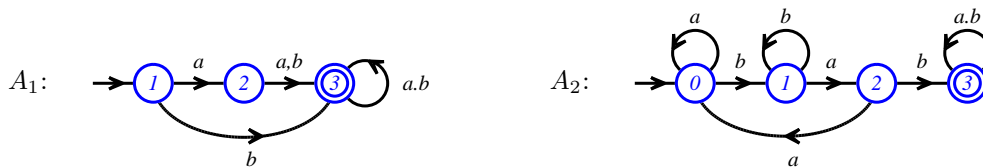
3. (25 поена) Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табелици

симбол	а	б	г	д	е	о	р
фреквенција	50	1	1	2	25	5	11

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$), као и одговарајући Хафманов код. Колико има различитих Хафм. стабала?
- б) Колика је висина добијеног стабла T ? Одредити ниво сваког листа у стаблу T . Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?
- в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.
- г) Кодирати реч „Београд“.
- д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

$$001, \quad 10101, \quad 011110, \quad 0001000, \quad 0011000000?$$

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



- а) Испитати које од наредних речи $\varepsilon, a, b, abba, baba, aaab, abb, baaab, aabaabb, bbabbb$ препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .
- б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .
- в) Одредити регуларну граматику $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматику $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .
- г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_1 .
- д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат A_1 и препознаје аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на $S \subseteq \mathbb{N}$ тако да за све $x, y \in S$ важи

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} (\exists k \in T) x + 2y = 3k \cdot x,$$

где је T скуп непарних природних бројева.

а) Да ли је ρ релација поретка на скупу \mathbb{N} ? Да ли је ρ релација тоталног поретка?

б) Да ли је релација ρ релација еквиваленције на скупу \mathbb{N} ? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?

в) Када је $S = \{2, 4, 7, 13, 14, 20, 28, 91\}$ испитати да ли је (S, ρ) релација поретка (као и парцијалног или тоталног поретка) и да ли је решетка. Нацртати Хасеов дијаграм. Ако јесте одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа S , као и супремум и инфимум подскупа $S_1 = \{2, 4, 20\}$.

2. (25 поена) Неоријентисан граф $G = (V, E)$ је задат својом матрицом суседства:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

а) Одредити скуп чворова V и скуп грана E .

Нацртати дати граф и одредити степене $d(v)$ свих чворова.

б) Написати листе суседства ℓ_v , инциденције чворова и грана R и растојања D . Да ли је G бипартитан?

Да ли је G повезан? Колико има компоненти повезаности и које су?

в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут?

Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.

д) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 3 до чвора 5, тј. од чвора 1 до чвора 1? Навести све те путеве.

3. (25 поена) Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табели

симбол	а	б	в	е	и	ј	р	с
фреквенција	20	10	12	21	18	15	16	13

а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$), као и одговарајући Хафманов код. Колико има различитих Хаф. стабала?

б) Колика је висина добијеног стабла T ? Одредити ниво сваког листа у стаблу T . Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?

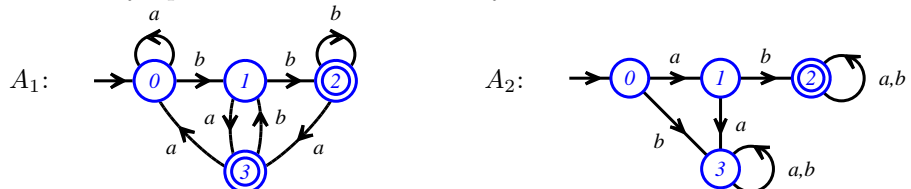
в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.

г) Кодирати реч „Србија“.

д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

001, 10101, 011110, 1101110, 010101100?

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



а) Испитати које од наредних речи

ε , a , b , $abba$, $baba$, $aaab$, abb , $baaab$, $aabaabb$, $bbabbb$

препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

в) Одредити регуларну граматiku $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматiku $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_2 .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које препознаје аутомат A_1 или аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на $S \subseteq \mathbb{N}$ тако да за све $x, y \in S$ важи

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} (\exists k \in \mathbb{Q}) x + 2y = 3k \cdot x.$$

- а) Да ли је релација ρ релација поретка на скупу \mathbb{N} ? Да ли је ρ релација тоталног поретка?
 б) Да ли је релација ρ релација еквиваленције на скупу \mathbb{N} ? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?
 в) Када је $S = \{1, 2, 3, 5, 8, 13\}$ испитати да ли је (S, ρ) релација поретка (као и парцијалног или тоталног поретка) и да ли је решетка. Ако јесте нацртати Хасеов дијаграм и одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа S , као и супремум и инфимум подскупа $S_1 = \{1, 2, 8\}$.

2. (25 поена) Оријентисани граф $G = (V, E)$ без петљи је задат матрицом растојања D :

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- а) Нацртати граф G и одредити улазни степен $d^-(v)$ и излазни степен $d^+(v)$ сваког чвора.
 б) Да ли је граф бипартитан?
 в) Написати листе суседства l_v , матрице суседства A , инциденције чворова и грана S .
 г) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.
 д) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 1 до чвора 1, тј. од чвора 4 до чвора 6? Навести све те путеве.

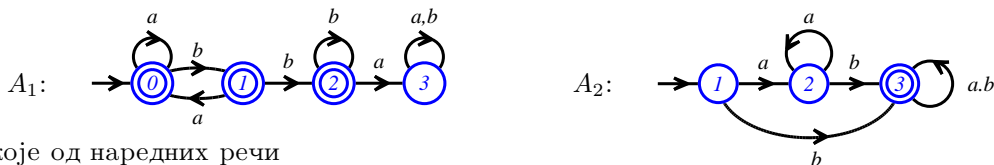
3. (25 поена) Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табелици

симбол	а	в	г	и	н	о	р	ф
фреквенција	13	8	8	12	8	10	9	6

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7$), као и одговарајући Хафманов код. Колико има различитих Хаф. стабала?
 б) Колика је висина добијеног стабла T ? Одредити ниво сваког листа у стаблу T . Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?
 в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.
 г) Кодирати реч „графови“.
 д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

001, 10101, 011110, 1101110, 000101011?

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



а) Испитати које од наредних речи

ε , a , b , $abba$, $baba$, $aaab$, abb , $baaab$, $aabaabb$, $bbabbb$

препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

в) Одредити регуларну граматику $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматику $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .

г) Одредити аутомат који препознаје све непразне речи које не препознаје аутомат A_1 .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које не препознаје аутомат A_1 или препознаје аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?

презиме и име студента

број индекса

број поена на
I колоквијуму

1. (25 поена) Нека је ρ бинарна релација дефинисана на $S \subseteq \mathbb{N}$ тако да за све $x, y \in S$ важи

$$x \rho y \stackrel{\text{деф}}{\iff} (\exists k \in \mathbb{Z}) x^2 - y^2 = 5k.$$

- а) Да ли је релација ρ релација поретка на скупу \mathbb{N} ? Да ли је ρ релација тоталног поретка?
 б) Да ли је релација ρ релација еквиваленције на скупу \mathbb{N} ? Ако јесте, шта су класе еквиваленције?
 в) Када је $S = \{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19\}$ испитати да ли је (S, ρ) релација поретка (као и парцијалног или тоталног поретка) и да ли је решетка. Ако јесте нацртати Хасеов дијаграм и одредити најмањи, највећи, минималан и максималан елемент скупа S , као и супремум и инфимум подскупа $S_1 = \{4, 7, 16\}$.

2. (25 поена) Неоријентисан граф $G = (V, E)$ је задат матрицом инциденције чворова и грана R :

$$R = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- а) Написати листе суседства l_v , матрицу суседства A , матрицу растојања D . Нацртати дати граф и одредити степене $d(v)$ свих чворова.
 б) Да ли је граф бипартитан? Да ли је G повезан? Колико има компоненти повезаности и које су?
 в) Да ли дати граф има Ојлерову контуру, Ојлеров пут, Хамилтонову контуру, Хамилтонов пут? Уколико је одговор потврдан навести тај пут, односно контуру.
 г) Одредити матрице A^2 и A^3 . Колико има путева дужине 2, односно 3 од чвора 2 до чвора 2, тј. од чвора 1 до чвора 5? Навести све те путеве.

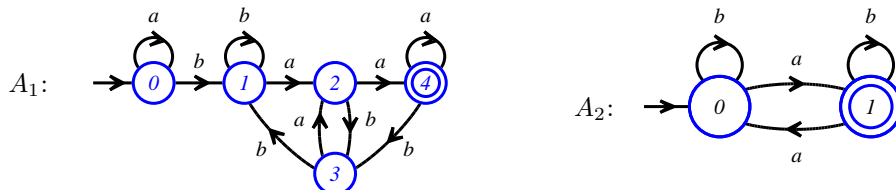
3. (25 поена) Нека су фреквенције појављивања неких симбола дате у следећој табелици

симбол	а	е	и	ј	л	р	ц
фреквенција	6	7	5	1	1	1	1

- а) Одредити одговарајуће Хафманово стабло T (унутрашње чворове према редоследу добијања означавати са $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$), као и одговарајући Хафманов код. Колико има различитих Хафм. стабала?
 б) Колика је висина добијеног стабла T ? Одредити ниво сваког листа у стаблу T . Да ли је стабло T балансирано? Да ли је стабло стриктно бинарно? Да ли је стабло T потпуно бинарно стабло?
 в) Одредити редослед обилазака чворова стабла T при КЛД, ЛКД и ЛДК обиласку.
 г) Кодирати реч „релације“.
 д) Да ли је неки од следећих кодова исправан (тј. представља неку од речи горње азбуке):

001, 10101, 000010, 0001000, 0010100000?

4. (25 поена) На следећим сликама су представљена 2 коначна аутомата A_1 и A_2 .



а) Испитати које од наредних речи

ε , a , b , $abba$, $baba$, $aaab$, abb , $baaab$, $aabaabb$, $bbabbb$

препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

б) Испитати које све речи препознаје аутомат A_1 , а које аутомат A_2 .

в) Одредити регуларну граматiku $G_1 = (N_1, T_1, \Pi_1, \sigma_1^*)$ која одговара коначном аутомату A_1 , као и регуларну граматiku $G_2 = (N_2, T_2, \Pi_2, \sigma_2^*)$ која одговара коначном аутомату A_2 .

г) Одредити аутомат који препознаје све речи које не препознаје аутомат A_1 .

д) Одредити аутомат који препознаје све речи које не препознаје аутомат A_1 и препознаје аутомат A_2 . Да ли је такав аутомат оптималан?