

Tipovi zadataka iz Nelinearnog programiranja:

1. Prvi tip zadatka vezan je za pojmove *dopustivog skupa, konveksnosti dopustivog skupa, aktivnih ograničenja*:

Model zadatka:

a) Definicija konveksnog skupa:

b) Dopustivi skup X dat je ograničenjima

- (1) $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$
- (2) $x_1 + x_2 \leq 1$ (ili nekim drugim)
- (3) $x_2 \geq 0$

Nacrtati dopustivi skup. Da li je skup X konveksan?: i) Da ii) Ne

c) Data je tačka $a=(1/2, 1/2)$ (ili neka druga). Da li je tačka a dopustiva? i) Da ii) Ne
Aktivna ograničenja u tački a su:

- i) (1) ii) (2) iii) (3) d) Nijedno

2. Drugi tip zadatka vezan je za *klasični problem uslovnog ekstremuma*.

Model zadatka:

a) Klasični problem uslovnog ekstremuma. Lagranžova funkcija. Neophodni uslovi za ekstremum. Dovoljni uslovi za ekstremum izraženi preko glavnih minora blokovske matrice H .

b) Dat je problem
$$\begin{aligned} \min & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\ & 4x_1 + x_2^2 + 2x_3 = 14 \end{aligned}$$
 (ili neki drugi)

Napisati Lagranžovu funkciju L , ∇L i blokovsku matricu H :

c) Data je tačka $x^*=(2, -2, 1)$, $\lambda^*=-1$ (ili neka druga). Proveriti neophodne uslove optimalnosti u tački (x^*, λ^*) : _____

Proveriti dovoljne uslove optimalnosti u tački (x^*, λ^*) : _____

3. Treći tip zadatka vezan je za *konveksnost funkcija cilja i ograničenja*.

Model zadatka:

a) Definicija konveksne (ili strogo konveksne) funkcije. Dovoljni uslovi za konveksnost izraženi preko pozitivne semidefinitnosti matrice drugih izvoda (ili dovoljni uslovi za strogu konveksnost izraženi preko pozitivne definitnosti matrice drugih izvoda). Karakterizacija pozitivne semidefinitnosti preko znaka simetričnih minora (ili karakterizacija pozitivne definitnosti preko znaka glavnih minora).

b)

Dat je problem

$$\begin{aligned} & \min x_1 + x_2 \\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \leq 2 \quad (\text{ili neki drugi}) \\ & (x_1 + 1)^2 + x_2^2 \geq 2 \end{aligned}$$

Proveriti dovoljne uslove za konveksnost funkcije cilja i ograničenja:

c) Da li dati problem pripada klasi problema konveksnog programiranja i) Da ii) Ne

4. Četvrti tip zadatka vezan je za *Kun-Takerovu teoremu*.

Model zadatka:

a) Opšti slučaj problema nelinearnog programiranja. Kun-Takerova teorema.

b) Dat je problem

$$\begin{aligned} & \min x_1 + x_2 \\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \leq 2 \quad (\text{ili neki drugi}) \\ & (x_1 + 1)^2 + x_2^2 \geq 2 \end{aligned}$$

Napisati Kun-Takerove uslove (i)-(iv) za dati problem.

c) Date su tačke $x^*=(0,1)$, $\lambda^*=(0,1/2)$ (ili neke druge). Da li par (x^*, λ^*) zadovoljava Kun-Takerove uslove? i) Da ii) Ne

5. Peti tip zadatka vezan je za *kaznene funkcije*.

Model zadatka:

a) Definicija niza spoljašnjih kaznenih funkcija (ili unutrašnjih kaznenih funkcija). Primer niza spoljašnjih kaznenih funkcija (ili unutrašnjih kaznenih funkcija).

b) Dat je problem

$$\begin{aligned} & \min x_1 + x_2 \\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \leq 2 \quad (\text{ili neki drugi}) \\ & (x_1 + 1)^2 + x_2^2 \geq 2 \end{aligned}$$

Napisati odgovarajući niz spoljašnjih (unutrašnjih) kaznenih funkcija.

c) Napisati niz problema bezuslovne optimizacije koji odgovara datom problemu.

6. Šesti tip zadatka vezan je za *približne metode za bezuslovnu optimizaciju*.

Model zadatka:

a) Problem bezuslovne minimizacije. Formula za generisanje niza $\{x^k\}$. Kako se određuje niz pravaca $\{s^k\}$ u Košijevoj metodi (ili u Njutnovojoj metodi)? Kako se određuje niz koraka $\{\alpha_k\}$?

b) Dat je problem

$$\min x_1^2 + 3x_1x_2 + 3x_2^2 \quad (\text{ili neki drugi}).$$

Napisati Košijev (ili Njutnov) pravac u tački (1,1) (ili nekoj drugoj):

c) Napisati problem jednodimenzione optimizacije koji odgovara tački i pravcu pod b):