1. Osnovi Teorije Odlucivanja

1.2. Pregled razvoja nauke o odlucivanju

Ljudi su se oduvek bavili odlucivanjem! Dugo je vladalo misljenje da je odlucivanje prevashodno socijalna, a ne tehnicka aktivnost. U zadnje vreme doslo je do priblizavanja iz vise razloga:

1. Pojave naucne organizacije rada,
2. DO su poceli da u vecoj meri izucavaju sociologiju (bihevioristicki aspekt odlucivanja),
3. I ekonomisti su poceli takodje u vecoj meri da ukljucuju svoje ideje u odlucivanje,
4. Pojava teorije igara,
5. Ipak najznacajnije-razvoj niza metoda-**metoda operacionih istrazivanja**.

Od 1960-prva udruzenja-ORSA,TIMS.

Neke specificnosti razvoja nauke o odlucivanju:

1. Pragmatski pristup,
2. Veliki naglasak u izucavanju i analizi okruzenja,
3. Veci znacaj dobijanju **zadovoljavajucih** resenja nego optimalnih resenja,
4. Ulazu se max napori za bolju integraciju kvantitativne analize sa analizama ponasanja i okruzenja u resavanju problema,
5. Racunarska tehnologija

Jedan od osnovnih problema - zadovoljenje prakticno neogranicenog broja sopstvenih zelja - se moze postici:

1. Povecanjem raspolozivih sredstava,

2. Ogranicavanjem individualnih zelja i potreba.

DO je onaj ko zeli da dostigne “aproksimativnu” racionalnost u cilju max zadovoljenja organizacionih ciljeva unutar datog skupa ogranicenja.

1.3. Analiza problema odlucivanja

Analiza problema odlucivanja je relativno nova oblast u teoriji odlucivanja i predstavlja filozofiju koja omogucava da se sistematski i formalno pridje problemima odlucivanja, a istovremeno pruzi i praktican prilaz problemu koriscenjem potrebnih koncepta. APO je formalizovani proces odlucivanja, ljudskog razumevanja i upravljanja u uslovima datog okruzenja, i ona je usredsredjena na tri pojma:

1. Proces odlucivanja (napraviti procenu u odnosu na ono sta treba uraditi u izvesnim situacijam),
2. Donosioca odluke,
3. Samu odluku (momenat koji se sprovodi radi postizanja cilja).

Nauka o odlucivanju (teorija odlucivanja) razvijala se i razvija kao proces koji koristeci naucne metode i sistemska istrazivanja, pomaze DO u odredjivanju izbora optimalne akcije.

1.3.1.Sistemski pristup odlucivanju

Sistemska analiza zahteva procenu odgovarajucih metoda i tehnika nauke o odlucivanju, koje sluze za nalazenje optimalne odluke (najbolja odluka u uslovima delovanja razlicitih ogranicenja iz okruzenja odlucivanja)

Kvantitativni pristup odlucivanju i osnova procesa odlucivanja ce imati formalni (normativni okvir):

1. Definisanje sistema (ili problema) i njegovih parametara,

2. Utvrdjivanje kriterijuma odlucivanja, tj. ciljeva koji se zele postici,
3. Formulisanje veza izmedju parametara i kriterijuma, tj. modula,
4. Generisanje alternativa (akcija) najcesce promenom parametara,
5. Izbor akcije koja najvise zadovoljava postavljene kriterijume.

Veci broj ciljeva,npr.: 1.organizaciona efektivnost, 2.visoka produktivnost, 3.mak profita, 4.org. stabilnost, 5.dobrobit zaposlenih, …

1.3.2.Opste karakteristike odluka

Opšte karakteristike odluka vezane za posmatrani problem odlučivanja:

1. Važnost odluke – Sve odluke nemaju istu važnost
2. Vreme i troškovi (donošenja odluke) – Vrednost odluke ne sme biti manja od troškova nastalih pri njenom donošenju
3. Stepen složenosti – svake odluke raste ako je za njeno donošenje potrebno:
    - Razmatrati veći broj promenljivih
    - Operisati sa strogo zavisnim promenljivim
    - Koristiti nekompletne ili nepouzdane podatke koji opisuju promenljive.

Slika 1.1.Iz knjige

1.4. Proces odlucivanja

1.4.1.Priroda procesa odlucivanja

Odlucivanje je genericki proces koji se moze primeniti na sve forme org. aktivnosti. Danas se smatra da se problemi odlucivanja u realnim poslovnim sistemima resavaju:

1. na bazi kvantitativnih analiza
2. na bazi nekih drugih kriterijuma ili principa.

1.4.2. Pojmovi i definicije

Kljucni element odlucivanja je IZBOR, a izbor prethodi svim akcijama. Odlucivanje se zaista moze definisati kao izbor izmedju odredjenog broja alternativa. Dva tipa modela odlucivanja: zatvoreni i otvoreni.

DEF: Odlucivanje je izbor izmedju mogucih alternativa aktivnosti.

Taj izbor je moguce napraviti na razlicite nacine koristeci:

1. Tehnike odlucivanja,
2. Pravila odlucivanja,
3. Vestine odlucivanja.

Izbor pojedinih odluka vrsi DO (može biti svako ko radi u poslovnom okruženju). Vrste DO:

1. Ekonomski DO (interes u onome sto je korisno i prakticno),
2. Esteticki DO (vrednost u harmoniji, individualnosti),
3. Teoreticki DO (zainteresovani za otkrivanje istine),
4. Socijalni DO (vole ljude, pitaju za mišljenje),
5. Politicki DO (zainteresovani za moć i uticaj),
6. Religiozni DO (spiritualnost).

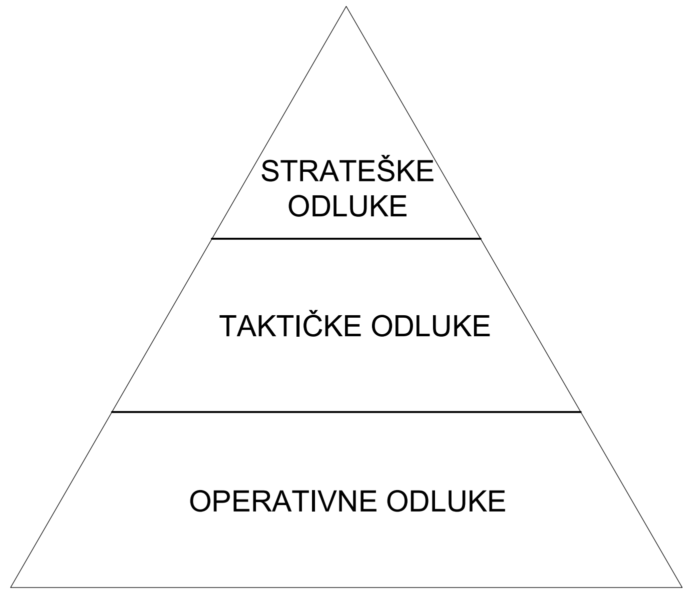
Donosenjem odluke se zeli postici neki cilj. CILJ je zeljeno stanje sistema, zeljeni izlaz ili zeljeni podskup u prostoru stanja sistema odnosno izlaza a najcesce se iskazuje funkcijom cilja. On se ostvaruje kod realnih sistema u uslovima razlicitih OGRANICENJA koja su posledica prirode sistema, ogranicenosti resursa, tehicko - tehnoloskih karakteristika masina. Skup ogranicenja se definise sistemom j-na ili nej-na u kojima figurisu iste nepoznate komponente vektora resenja, kao i f-ji cilja.

Vrste odlucivanja:

1. pri izvesnosti (slučaj kada su sve činjenice vezane za stanja prirode poznate),
2. pri riziku (slučaj kada je stanje prirode nepoznato ali postoji objektivna ili empirijska evidencija koja DO omogućuje da različitim stanjima prirode dodeli odgovarajuće verovatnoće nastupanja),
3. pri neizvesnosti (stanje prirode nepoznato i nepoznate sve informacije na osnovu kojih bi se mogle dodeliti verovatnoće nastupanja pojedinih stanja),
4. pri konfliktu (teorija igara,ukljucuje rizik neizvesnost i konflikt)

Vrste odluka (Po MORI):

1. **Strateške** – značajnije i sa dugoročnim posledicama. Odnose se na planiranje i programiranje razvoja. Osnovni kriterijum njihovog vrednovanja je **EFEKTIVNOST SISTEMA**. Donosi ih najviše poslovno rukovodstvo.
2. **Taktičke** – Obezbeđuju realizaciju strateških odluka. Osnovni kriterijum njihovog vrednovanja je **EFIKASNOST SISTEMA.** Donosi ih srednje rukovodstvo.
3. **Operativne** – Svakodnevne odluke, kojie donosi operativno rukovodstvo. Njima se obezbeđuje osnova za realizaciju obaveza i promena na višim nivoima odlučivanja.



AKCIJOM (ALTERNATIVOM) se podrazumeva ono sto DO stoji na raspolaganju kao mogucnost izbora prilikom odlucivanja (Skup takvih odluka se naziva i STRATEGIJA)

PLACANJA – predstavljaju posledice koje nastaju izborom pojedinih akcija i opisuju uticaj od strane donosioca odluke pri različitim stanjima, a koje se odnose na problem.

ZALJENJE se def. kao apsolutna razlika placanja, koje se posmtra za izabrano stanje, i placanja, koje se prethodno dobija za najbolju akciju. Žaljenje je propušteni profit zbog neizbora najbolje akcije u slučaju odigravanja pojedinog stanja.

Tipologija odluka:

1. **Po Simonu**

- **Programirane** – rutinske odluke koje se stalno ponavljaju i može se definisati procedura koju treba koristiti za njihovo donošenje.
- **Neprogramirane** – su nove (nesvakodnevne) nestruktuirane i značajne odluke. Ne postoje metode za koje se unapred zna da mogu biti korišćene, jer su i odluke nove.

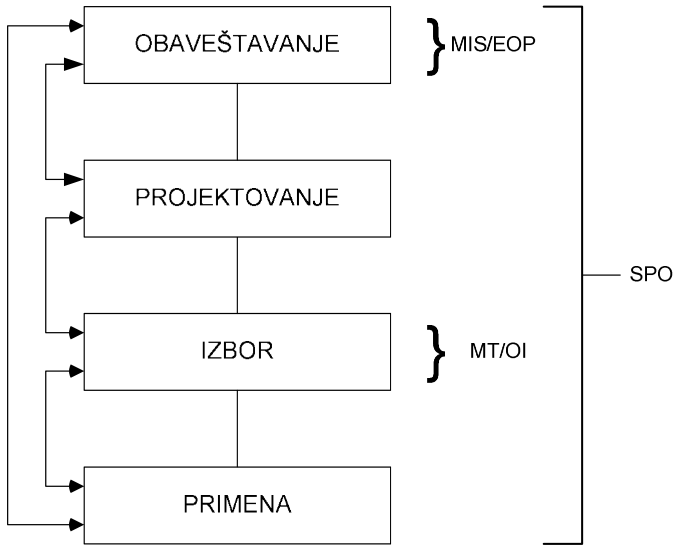
2. **Po Delbeku** (rutinske, kreativne i pregovaracke),
3. **Po Mintzbergu** (preduzimacke, adaptivne i odluke planiranja),

4. **<u>Po Harisonu</u>** (proracunske,strategije na bazi procena, kompromisne i inspiracione strategije).

1.5. Faze procesa odlucivanja

Faze procesa odlučivanja po SIMON-u:

1. **Obaveštavanje** – o problemu za koji se donosi odluka (istraživanje okruženja, prikupljanje i obrada podataka, ostala potrebna istraživanja radi identifikacije problema),
2. **Projektovanje** – u smislu određivanja, razvoja i analize mogućih alternativa ili akcija (proces razumevanja problema, generisanja rešenja i testiranje dozvoljivosti rešenja),
3. **Izbor** – određene akcije iz skupa raspoloživih.
4. Nakon Simona je izdvojena **Primena** kao 4. faza



MIS – Menadžment informacioni sistemi

EOP – Elektronska obrada podataka

MT – Menadžment teorija

OI – Operaciona istraživanja

SPO – Sistemi za podršku u dolučivanju

Faze procesa odlucivanja (iz knjige):

1. Evidentiranje problema,
2. Rangiranje problema,
3. Definicija problema,
4. Sakupljanje cinjenica,
5. Predvidjanje buducnosti,
6. Formiranje modela,
7. Resavanje problema (modela),
8. Vrednovanje rezultata,
9. Donosenje odluke,

10. Kontrola izvestaja,
11. Analiza posledica tog izvestaja.

1.7. Izbor metoda i tehnika

METODA: Skup pravila u izvođenju ili obavljanju nekog posla čija primena omogućava ostvarenje nekog cilja.

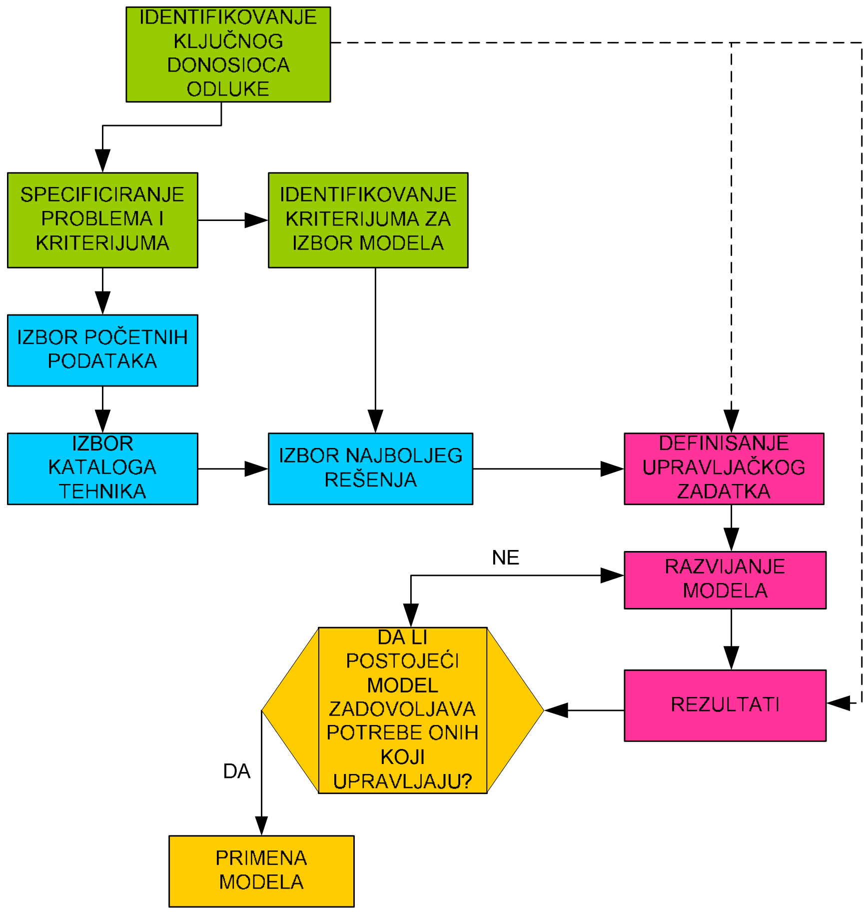
TEHNIKA: Skup pravila u izvođenju ili obavljanju nekog posla, naročito vezano za upotrebu tehničkih sredstava.

PRAVILA: Prethodno određeni vodiči (testovi) za prosuđivanje

VEŠTINE: Sposobnost efektivnog korišćenja znanja u rešavanju problema.

Koraci u izboru metoda i tehnika:

1. indetifikovanje kljucnog DO,
2. odredjivanje kriterijuma resenja problema,
3. specificiranje problema,
4. indetifikovanje korisnih podataka,
5. izbor kataloga primenjivih metoda ili tehnika sa kriterijumima izbora,
6. predstavljanje inicijalnog modela upravljacu,
7. prikupljanje primarnih podataka,
8. razvoj modela za testiranje,
9. predstavljanje rezultata upravljacu,
10. provera i ako je potrebna ispravka modela.



1.9.Podrucije odlucivanja

Odlucivanje se, kao ljudska aktivnost uobicajno odigrava na nekoliko nivoa:

1. **Na nivou pojedinaca** – različiti donosioci odluka će se u istim situacijama ponašati različito, u zavisnosti od iskustva, obrazovanja, stečenih veština u odlučivanju itd.
2. **Grupno odlučivanje** – **Prednosti:** (1) lakše sagledavanje problema (2) lakša mogućnost dolaska do alternativa (3) odluka će pogodovati više društvu ili organizaciji nego

pojedincu. **Nedostaci:** (1) sporost u odlučivanju (2) prirodna nesklonost grupe ka inicijativi (3) teškoće oko definisanja strategija.

3. **Organizaciono odlučivanje –** Problemi u organizaciji su slabo struktuirani.
4. **Globalno ili metaorganizaciono odlučivanje** – Posmatra se ukupnost svih organizacija (jedne zemlje) kao sistem preduzeća. Odluke koje se donose na tom nivou, orjentisane su ka (1) opštoj dobrobiti potrošača, (2) alokaciji resursa i (3) proizvodnji i distribuciji dobara i usluga.

   Odluke se donose i na nivou celokupnog društva, a cilj je zadovoljenje socijalnog

   blagostanja građana.

2. Analiza Odlucivanja

2.1.2. Uvod u analizu odlucivanja

Strukturiranje problema - obelezavanje svih alternativa odlucivanja, svih mogucih stanja i definisanja (crtanje) drveta odlucivanja. Pod drvetom odlučivanja se podrazumeva skup povezanih grana, gde svaka grana predstavlja ili alternativu odlučivanja ili stanje. Po uobičajenoj konvenciji čvor iskazan **kvadratom** predstavlja **alternativu odlučivanja (čvor odlučivanja)** a **kružić** predstavlja **stanje (čvor mogućnosti)**.

Analiza odlucivanja obezbedjuje sistematsku i logicki konzistentnu proceduru u cilju davanja odgovora na postavljenja pitanja.

Analizu odlucivanja cine sistemsko strukturiranje, odredjivanje neizvesnosti i rizika i izbor najbolje akcije. Analiza obezbedjuje i praktican metod za prikazivanje dodatnih informacija u cilju smanjivanja neizvesnosti vezanih za problem i nalazenje optimalne strategije u svetlu tih novih informacija.

Kriterijum očekivanih korisnosti – predstavlja kriterijum izbora najbolje akcije, kada donosilac odluke dodeljuje svoje vrednosti koristi (preferencija) svim posledicama, računa očekivanu korisnost i bira akciju za koju je ona najveća.

2.1.3. Modeli analize odlucivanja

Sastoji se iz nekoliko koraka:

1. **Struktuiranje problema** – nabrajanje svih mogućih alternativa odlučivanja, stanja i određivanje plaćanja [a_i, s_j, p_{ij}].
2. **Analiza neizvesnosti** – dodeljivanje verovatnoća svim mogućim stanjima [$V(s_j)$].
3. **Analiza korisnosti i preferencija** – dodeljivanje preferencija za rizične posledice.
4. **Izbor optimalne akcije** – Izbor na osnovu kriterijuma očekivane novčane vrednosti ili kriterijuma očekivane korisnosti.
5. **Prikupljanje novih inf**. – prikupljanje dodatnih inf. radi smanjenja neizvesnosti i izbor najbolje akcije u svetlu novih informacija.

1. + 2. + 4. - analiza odlucivanja sa apriori verovatnocom

1. + 2. + 3. + 4. - analiza odlucivanja sa korisnostima

1. + 2. + 4. + 5. - analiza odlucivanja sa uzorkovanjem

…

2.1.4. Odlucivanje pri izvesnosti

Odlucivanje pri izvesnosti - predstavlja donošenje odluka kada su poznate sve činjenice vezane za stanja prirode problema, tj. kada postoji samo jedno stanje (ili veći broj poznatih stanja od kojih se sa punom sigurnošću zna koje će se odigrati).

2.2. Analiza odlucivanja bez uzorkovanja

2.2.2. Analiza odlucivanja bez apriori verovatnoca

Kad D.O. nije u mogucnosti da pojedinim stanjima dodeli odgovarajuce verovatnoce, za izbor najbolje akcije mu stoji na raspolaganju izvestan broj prikladnih metoda.

MAXIMIN kriterijum

Kriterijum pesimizma-trazenje najgorih posledica, a potom izbor najpovoljnije najgore posledice po D.O.- $\max(a_i)\min(s_j)\ \{p(a_i\ s_j)\} = \max(a_i)\min(s_j)\ \{p_{ij}\}$

MINIMAX kriterijum zaljenja

Izabrati akciju za koju je max zaljenje min.(zaljenje - propusteni profit zbog neizbora najbolje akcije u slucaju odigravanja pojedinog stanja - $Z_{ij} = \min(a_i)\max(s_j)\ \{Z_{ij}\}$ Ako D.O. izabere akciju a_i, a odigra se stanje s_j.tada je zaljenje $Z_{ij} = M_i - p_{ij}$ (placanje, profit)

MAXIMAX kriterijum

Kriterijum optimizma-trazenje najbolje posledice, a potom izbor najpovoljnije najbolje situacije $\max(a_i)\max(s_j)\ \{p_{ij}\}$

Kriterijum maksimalne verodostojnosti

DO dodeljuje verovatnoće nastupanja svim stanjima i nalazi stanje sa maksimalnom verovatnoćom pojavljivanja. DO zatim upoređuje plaćanja svih raspoloživih akcija u odnosu na to stanje i bira akciju sa najpovoljnijim plaćanjem.

max(ai) {$p$ij(sj)} sj-stanje sa najvecom verovatnocom, ai-akcija verodostojnosti

LaPlace-ov kriterijum

Polazi od pretpostavke da se ako DO ne vodi računa o verovatnoćama odigravanja pojedinih stanja može prema njima ponašati kao da će se odigrati sa podjednakom verovatnoćom.

Dodeljuju se verovatnoće za **m** stanja: V(s_1)=1/m, V(s_2)=1/m,… V(s_m)=1/m

Sa ovako dodeljenim verovatnoćama, primenjujući kriterijum očekivane novčane vrednosti, treba izabrati akciju za koju je očekivani profit maksimalan.

$\max\limits_{a_i}\{\overline{p}_i\}$ $\overline{p}_i$ - očekivani profit od akcije a_i, $\overline{p}_i = \sum_{j=1}^{m} p_{ij} * V(s_j)$

p_{ij} - očekivani profit (plaćanje), ako se izabere akcija a_i, a desi se stanje s_j.

V(s_j) – verovatnoća pojavljivanja stanja s_j.

2.2.3.Analiza odlucivanja sa apriori verovatnocama

Problem sa dve akcije

Ili jednoetapna analiza odlucivanja (odlucivanje pri riziku)

Kriterijum očekivane novčane vrednosti (ONV)

Def.: Očekivana novčana vrednost akcije a_i, ONV (a_i):

Ako je promenljiva stanja s diskretna i ako uzima vrednosti $s_1,s_2,...,s_m$, sa raspodelom apriori verovatnoća $V(s_1)$, $V(s_2)$,...,$V(s_m)$, tada se očekivana novčana vrednost akcije a_i obeležena sa ONV(a_i) može definisati kao:

$$ONV(a_i) = \sum_{j=1}^{m} p_{ij} * V(s_j)$$

p_i - očekivani profit (plaćanje), ako se izabere akcija a_i , a desi se stanje s_j .

V(s_j) – verovatnoća pojavljivanja stanja s_j .

Imamo dva kriterijuma

1. <u>slucaj profita</u> - Izabrati akciju za koju je očekivana novčana vrednost maksimalna, tj. izabrati akciju a_k ako je:

ONV(a_k) = max(a_i) {ONV(a_i)}

2. <u>slucaj troskova</u> - Izabrati akciju za koju je očekivana novčana vrednost minimalna, tj. izabrati akciju a_k ako je:

ONV(a_k) = min(a_i) {ONV(a_i)}

Koraci primene ONV:

1. Odredjivanje alternative odlucivanja a_1 i a_2 i svih mogucih stanja s_j(j=1,2,…,n),
2. Odredjivanje placanja, (profita) (p_{ij}).
3. Dodeljivanje apriori verovatnoca V(s_j) svim stanjima,
4. Racunanje ocekivanih novcanih vredosti, ONV(a_1), ONV(a_2),
5. Primena ONV kriterijuma i izbor optimalne akcije.

Kriterijum očekivanih žaljenja (Očekivanih gubitaka prilike):

Izbor najbolje akcije za probleme sa dve raspoložive akcije može se izvršiti računajući očekivana žaljenja svake akcije i potom birajući akciju za koje je očekivano žaljenje minimalno.

Očekivano žaljenje akcije a_i, OŽ(a_i):

Ako su promenljive stanja s diskretne i uzimaju vrednost $s_1, s_2, \ldots, s_m$ sa apriori verovatnocama $V(S_1)$, $V(S_2) \ldots$, $V(S_j), \ldots$, $V(s_m)$, respektivno i ako su $ž_{ij}$ žaljenja (ili gubitak prilike) akcije a_i za dato stanje s_j tada se očekivano žaljenje akcije a_i, obeleženo sa OŽ(a_i), može izračunati: $OŽ(a_i) = \sum_{j=1}^{m} ž_{ij} V(s_j)$

$ž_{ij}$ - žaljenje ako se izabere akcija a_i, a desi se stanje s_j.

V(s_j) – verovatnoća pojavljivanja stanja s_j.

OŽ kriterijum: Izabrati akciju za koju je očekivano žaljenje minimalno, tj. Izabrati akciju a_k ako je OZ(ak) = min(ai) {OZ(aj)}

Koraci primene OZ:

1. Odredjivanje alternative odlucivanja a_1 i a_2 i svih mogucih stanja Sj (j=1,2,…),
2. Odrediti sva zaljenja,tj sve gubitke prilike,
3. Dodeljivanje apriori verovatnoca V(Sj) svim stanjima,
4. Racunanje ocekivanih zaljenja OZ(a_1) i OZ(a_2),
5. Primena OZ kriterijuma i izbor optimalne akcije,
6. OVPI = OZ najbolja akcija

Za svako stanje perfektna informacija obezbeđuje max. profit

Kriterijum ocekivane vrednosti perfektne informacije (OVPI)

Iznos koji uprava moze potrositi u cilju pribavljanja boljih informacija radi smanjivanja neizvesnosti (cena neizvesnosti)

Očekivana vrednost perfektne informacije, OVPI – predstavlja očekivano žaljenje najbolje akcije. **OVPI = OŽ (ai)**

ANALIZA RAVNOTEZE

Je jedna od procedura za nalazenje optimalne akcije kada

DO raspolaze sa apriori verovatnocama. Ova procedura je pogodna kada se broj stanja povecava, a kada su funcije profita alternativa linearne.

Koraci primene:

1. obelezavanje funkcije profita za alternative

   $p(a_k,s)= c_k + d_k s$

2. naci vrednost ravnoteze

   $s_r=(c_2-c_1)/(d_1-d_2)$

3. izracunati ocekivanu vrednost za

   $O(s)=suma_{\,i=1,m}\, SV(S_i)$

4. Izbor optimalne akcije I to onu cije je $O(s)< s_r$

VREDNOST RAVNOTEZE:

Je vrednost promenljive u funkciji profita za koju su vrednosti funkcije dve alternative jednake.

Analiza Ravnoteze-iz skripte koja ima 35-40 str(skriptarnica)

2.2.3. Analiza odlucivanja sa apriori verovatnocama

Problem sa vise akcije

Inkrementalna analiza – služi za određivanje najbolje akcije.

iz skripte koja ima 35-40 str(skriptarnica)

Kriterijum ocekivane novcane vrednosti(ONV):tabele placanja

Kriterijum ocekivanih zaljenja (ocekivanih gubitaka prilike) (OZ): tabele zaljenja

Kako se vrši prelazak tabele ŽALJENJA u tabelu OČEKIVANIH ŽALJENJA – tako što se u tabeli žaljenja **ponderi** pomnože sa svakom alternativom , a potom se **alternative saberu** i dobija se tabela očekivanih žaljenja.

2.3. Analiza odlucivanja sa uzorkovanjem

Koncept vrednosti informacije uzorka je slican onom o OVPI. Izuzetno je koristan i obezbedjuje meru kojom se dolazi do zakljucaka da li je prikupljanje novih podataka pozeljno za posmatrani proces odlucivanja. Celokupna analiza izbora optimalne odluke u svetlu novih informacija se naziva analiza odlucivanja sa uzorkovanjem!

2.3.3. Primena BAYESove teoreme i izbor optimalne strategije

Pretpostavimo da uprava zeli da prikupi nove podatke pre odluke, i da ispita kako ce oni delovati na apriori verovatnoce. I oni mogu biti prikupljeni na nekoliko nacina: marketinska istrazivanja, slucajni uzorak…

Dve alternative: a_1-uvodjenje novog proizvoda, a_2-odustajanje od novog proizvoda, i tri satanja: s_1-niska potraznja za novim proizvodom, s_2-srednja potraznja, s_3-visoka potraznja.

Bayes-ova teorema za opšti slučaj glasi:

$$V(s_j \mid X) = \frac{V(s_j) \cdot V(X \mid s_j)}{\sum_{j=1}^{n} V(s_j) \cdot V(X \mid s_j)}$$

Aposteriorna verovatnoća (revidirana verovatnoća) [$V(s_j|X)$] predstavlja odnos između proizvoda apriori verovatnoće i uslovne verovatnoće [$V(s_j) * V(X|s_j)$] i sume proizvoda apriori verovatnoće i uslovne verovatnoće $\sum_{j=1}^{n}\left[V(s_j) * V(X \mid s_j)\right]$.

2.3.3.2. Uslovne verovatnoce

X_1, X_2, X_3 - informacije dobijene od potrosaca za slabu, srednju, veliku prodaju novog proizvoda, $V(X_1|S_1)$ - uslovna verovatnoca slabe prodaje (X_1) za dato stanje slabe potraznje S_1… $V(X_1| S_1) \geq 0$, $V(X_2| S_1) \geq 0$, $V(X_3| S_1) \geq 0$ pa sledi

$V(X_1| S_1) + V(X_2| S_1) + V(X_3| S_1) = 1$, isto i za ostale uslove

$V(xk| S_2, S_3) \geq 0$, $V(X_1| S_2, S_3) + V(X_2| S_2, S_3) + V(X_3| S_2, S_3) = 1$

2.3.3.3. Odredjivanje optimalne akcije za datu velicinu uzorka

V(sj)-Apriori verovatnoca od sj,

$V(x_k|s_j)$-Uslovne verovatnoce od x_k za dato s_j,

$V(s_j|x_k)$-Aposteriorne verovatnoce od sj za dato xk

APRIORI VEROVATNOCE reflektuju ubedjenja, procene I informacije (znanja) koja donosilac ima o samom problemu.

Te apriori verovatnoce su zato subjektivne, ali moraju da zadovolje tri uslova: V(S)

1) $V(S_i)>=0$

2) suma $_{i=1,m}$ $V(S_i)=1$

3) $V(S_1 U S_2)=V(S_1)+V(S_2)$, ako je $S_1S_2=0$

Apriori i aposteriorne verovatnoće:

Apriori verovatnoće su obeležene sa $V(s_j)$, a uslovne verovatnoće sa $V(X_k|s_j)$. Sada donosilac odluke mora da primeni Bayes-ovu teoremu u cilju određivanja aposteriornih verovatnoća koje se obeležavaju sa $V(s_j|X_k)$. One se nazivaju i revidiranim verovatnoćama.

Bayes-ova teorema za opšti slučaj glasi:

$$\mathbf{V}(\mathbf{s}_j \mid \mathbf{X}) = \frac{\mathbf{V}(\mathbf{s}_j)\cdot \mathbf{V}(\mathbf{X} \mid \mathbf{s}_j)}{\sum_{j=1}^{n} \mathbf{V}(\mathbf{s}_j)\cdot \mathbf{V}(\mathbf{X} \mid \mathbf{s}_j)}$$

Odnosno: Aposteriorna verovatnoća (revidirana verovatnoća) $[V(s_j|X)]$ predstavlja odnos između proizvoda apriori verovatnoće i uslovne verovatnoće $[V(s_j)*V(X|s_j)]$ i sume proizvoda apriori verovatnoće i uslovne verovatnoće $\sum_{j=1}^{n}\left[\mathrm{V}(\mathrm{s}_j) * V(X \mid \mathrm{s}_j)\right]$.

Sada DO treba da iskoristi aposteriorne verovatnoce $V(s_j|\ x_1)$ za nalazenje ocekivanih zaljenja za akcije a_1, a_2 tj.OZ($a_1|\ x_1$) i OZ($a_2|\ x_1$).

OZ akcije a_i posle dobijenog x_k je :

OZ($a_i|\ x_k$) = SUMA(od j=1 do m) Z(a_i, s_j)*V(s_j | x_k), koji je manji taj se postuje!

2.3.4. Optimalna strategija ili optimalno pravilo odlucivanja

Optimalno PO povezuje svaki rezultat eksperimenta sa odgovarajucom optimalnom akcijom.Svaki rezultat preduzetog eksperimenta x_k moze se povezati sa jednom akcijom a_i i definisati odgovarajuce PO:

$$\mathbf{PO}^*(\mathbf{x}) = \begin{cases} \mathbf{a}_2 & \text{za} \quad X = X_1 \\ \mathbf{a}_1 & \text{za} \quad X = X_2 \\ \mathbf{a}_1 & \text{za} \quad X = X_3 \end{cases} \tag{2.3.3}$$

Tako definisana funkcija se naziva ***optimalnim pravilom odlučivanja* (PO)** ili ***optimalnom strategijom***.

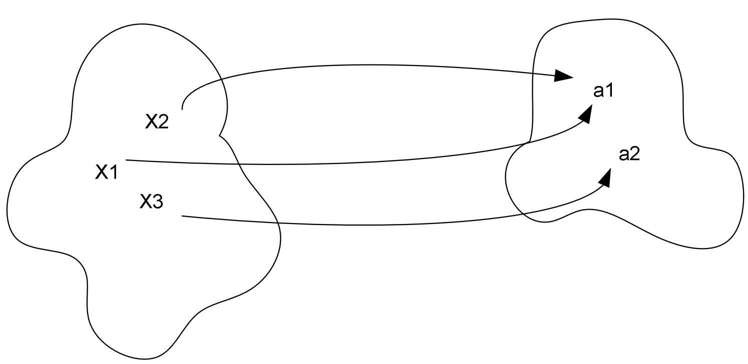
Gde je:

X_1 – Slaba prodaja

X_2 – Srednja prodaja

X_3 – Visoka prodaja

Ako je predviđena slaba prodaja, novi proizvod ne treba lansirati na tržište (a_2), a ako je predviđanje prodaje srednje ili visoko, optimalna odluka je da novi proizvod treba lansirati na tržište (a_1).



2.3.5. Ocekivani rizik optimalne strategije OR(PO*,n)

$$\mathbf{OR}\left(\mathbf{PO}^{*},\mathbf{n}\right)=\mathbf{O\check{Z}}\left(\mathbf{PO}^{*},\mathbf{n}\right)=\sum \mathbf{O\check{Z}}\left(\mathbf{a}_{\mathbf{j}}^{*}/\mathbf{X}_{\mathbf{k}}\right)\mathbf{V}\left(\mathbf{X}_{\mathbf{k}}\right)$$

OR (PO^*,n)– tako se obeležava očekivani rizik optimalne strategije.

OŽ (ai, Xk) – očekivano žaljenje najbolje akcije a_i, ako se prethodno dogodi X_k

$V(X_k)$ – verovatnoća pojavljivanja X_k

n – obim uzoraka

Očekivani rizik optimalne strategije [OR (PO^*,n)] je moguće učiniti manjim ako se obim uzorka [n] poveća.

2.3.6. Ocekivana vrednost informacije uzorka OVIU(n)

OVIU(n) = OVPI - OR(PO*,n), (Očekivano žaljenje najbolje akcije, sa apriori verovatnoćama) – (Očekivani rizik optimalne strategije),

Očekivana vrednost informacije uzorka indicira da li postoji bilo kakva korist (dobit) prilikom sticanja informacija iz uzorkovanja. Takođe pokazuje koliko tačno treba platiti troškove uzorkovanja. OVIU(n) zavisi od veličine uzorka (n). Vrednost OVIU(n) će rasti i težiti veličini OVPI, sve dok se **n** povećava.

2.3.7. Ocekivana cista dobit od uzorkovanja OCDU(n)

Očekivana čista dobit od uzorkovanja predstavlja rezultat dodatne analize u cilju sagledavanja da li će uzorkovanje obezbediti čistu dobit.

OCDU(n) = OVIU(n) - T(n),

T(n) - troskovi uzorkovanja sa n opservacija.

OCDU(n) raste ako raste i n.

Binomno uzorkovanje- iz skripte koja ima 35-40 str(skriptarnica)

2.3.8. Optimalni plan uzorkovanja

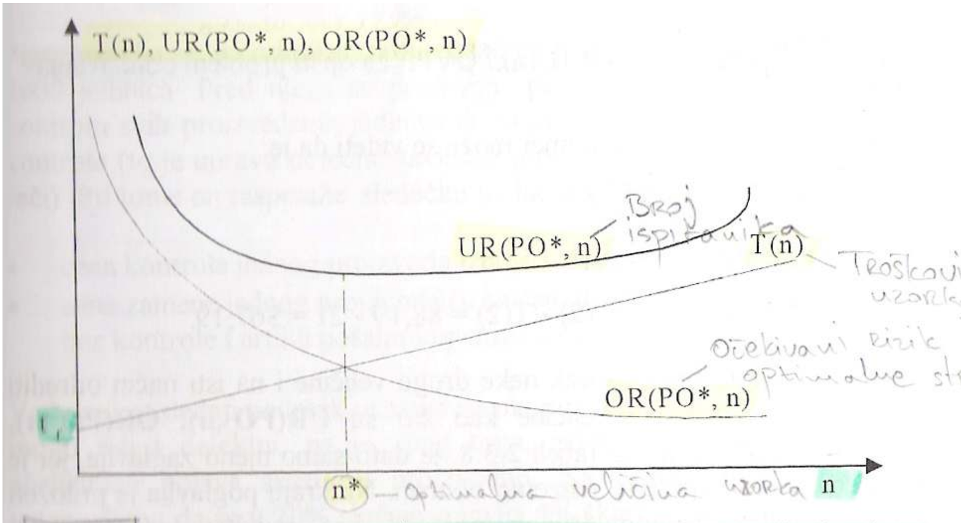
Pitanje odredjivanja optimalne velicine uzorka zavisi od OCDU(n).Uzorkovanje se moze preduzeti kada je OCDU(n)>0,sa povecanjem uzorka OCDU(n) najpre raste ali potom posle odredjene vrednosti za n opada.Sa povecanjem n, OR(PO*,n) opada dok T(n) raste! Zbog toga se smanjenje OR(PO*,n) optimalne strategije moze postici jedino stalnim povecavanjem troskova uzorkovanja-mora se naci ravnotezna tacka.

Troskovi uzorkovanja se mogu izraziti: $T(n)=t_f+nt_p$.

Dodajući **OR(PO*,n)** na **T(n)** dobija se ukupni rizik za **PO*** za datu veličinu uzorka **n**.

Ukupni rizik za PO* i za datu velicinu uzorka i mozemo izraziti kao:

$$UR(PO^*,n) = OR(PO^*,n) + T(n) = OR(PO^*,n) + t_f + nt_p$$

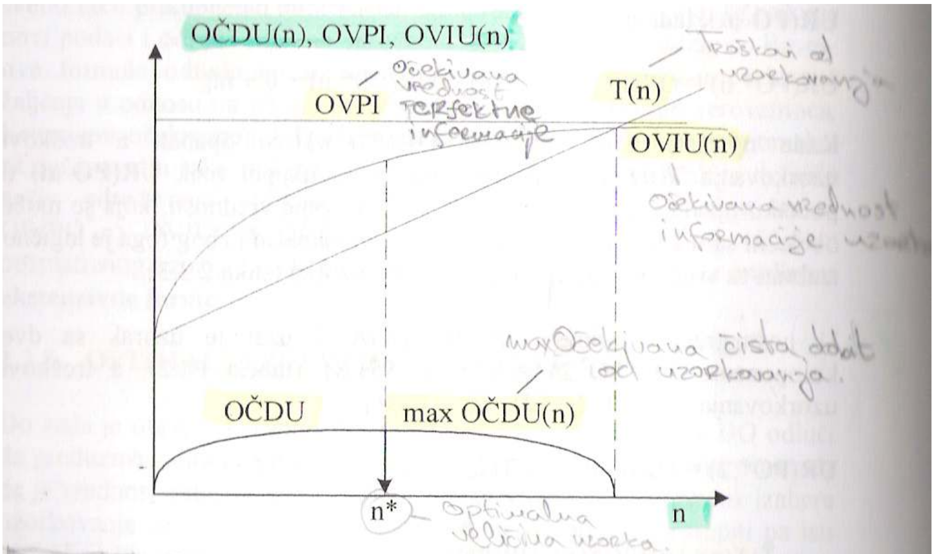


Sl.2.3.3. UR(PO*,n), OR(PO*,n), T(n) za opšti problem odlučivanja

Kada n raste, očekivani rizik **OR(PO*,n)** će opadati, a troškovi uzorkovanja **T(n)** će rasti. To ukazuje da ukupni rizik **UR(PO*,n)** u početku opada, a posle izvesne vrednosti **(n*)** počinje da raste. U toj tački **(n*)**, ukupni rizik je minimalan i zbog toga se ta vrednost bira kao *optimalna veličina uzorka*.

OČDU(n) najpre raste a potom, posle određene vrednosti za **n**, opada.

Vrednost za **OČDU(n)** je maksimalna u tački **n***. Za veličinu uzorka do vrednosti **n*** očekivana čista dobit od uzorkovanja će rasti, a potom će opadati. To ponašanje f-je **OČDU(n)**, kao i **OVIU(n)** je prikazano na sledećem grafiku:



Sl. 2.3.4: OČDU(n), OVIU(n) i OVPI za opšti problem odlučivanja

Granicna vrednost uzorka: n, [OVPI-t_f]/t_p

U analizu odlucivanja ukljucuju se 4 raspodele:

1. Raspodela populacije ili procesa (ona ima nepoznatu karakteristiku ili parameter koji je interesantan i koji se naziva stanje prirode.Vrednost tog parametra je znacajna za DO, pa se u cilju dobijanja informacije o njemu najcesce sprovodi eksperiment kroz proces uzorkovanja),
2. Raspodela uzorkovanja (za datu vrednost parametra se moze nazvati uslovnom raspodelom i ona definise velicinu nazvanu verodostojnost rezutata uzorkovanja-za datu velicinu parametara),
3. Pocetna raspodela (verovatnoce nepoznatog parametra populacije i naziva se apriori raspodelom-pretpostavlja se pre procesa uzorkovanja),
4. Raspodela verovatnoce nepoznatog parametra (Ona rezultuje iz kombinacije apriori raspodele sa procesom uzorkovanja i naziva se aposteriori raspodelom).

2.4. Drvo Odlucivanja i Sekvencijalno Odlucivanje

Drvo odlučivanja - pod drvetom odlučivanja se podrazumeva skup povezanih grana, gde svaka grana predstavlja ili alternativu odlučivanja ili stanje. Po uobičajenoj konvenciji čvor iskazan **kvadratom** predstavlja **alternativu odlučivanja (čvor odlučivanja)** a **kružić** predstavlja **stanje (čvor mogućnosti)**. Obeležavanje svih alternativa odlučivanja, svih mogućih stanja i definisanja drveta odlučivanja naziva se **struktuiranjem problema**.

Sekvencijalno odlučivanje – predstavlja takvu potencijalnu situaciju, za koju donosilac odluke može odložiti donošenje odluke (izbor akcije iz skupa alternativnih akcija) u cilju dobojanja dodatnih informacija o stanjima prirode i to može činiti beskonačno dugo. Za modeliranje problema sekvencijalnog odlučivanja najčešće se koristi tehnika drveta odlučivanja.

Sekvencijalni slučaj – Postoje situacije kada se donosilac odluke ne može zadovoljiti rezultatima dobijenim proračunima na osnovu samo jednog eksperimenta. Tada se pribegava preduzimanju novih eksperimenata, sve u cilju zadovoljenja potreba donosioca odluke za relevantnim informacijama. Tu se radi o procesima uzorkovanja (jedan za drugim – **sekvencijalno**), pri čemu veličina uzorka ne mora u svim slučajevima da bude ista.

Pravilo zaustavljanja – sekvencijalnog uzorkovanja je ekonomske prirode.

Pri formiranju drveta odlucivanja stalno se uporedjuju ocekivane vrednosti placanja ili zaljenja konacnih akcija sa troskovima uzorkovanja. Uzorkovanje ne treba ni vrsiti ukoliko se nadje na nekom delu drveta akcija cije su ocekivana zaljenja ili placanja manja od troskova uzorkovanja. Time se grananje na tom delu drveta zaustavlja (ne vrsi se uzorkovanje) I prelazi se na ispitivanje ostalih delova, koje traje sve do potpunog blokiranja svih grananja, na osnovu pomenutog kriterijuma.

2.4.1. Ciljevi poglavlja, ciljevi ucenja i kljucne reci

Problem odlucivanja se moze prosiriti i uvodjenjem sekvencijalnog odlucivanja koje predstavlja takvu potencijalnu situaciju, za koju donosilac odluke moze odloziti donosenje odluke u cilju dobijanja dodatnih informacija o stanjima prirode, i to moze ciniti beskonacno dugo.Za modeliranje problema sekvencijalnog odlucivanja najcesce se koristi tehnika tzv.drveta odlucivanja.Postoje tri slucaja:

1. bez uzorkovanja,
2. uzimanje samo jednog uzorka,iz skripte koja ima 35-40 str(skriptarnica)
3. sekvencijalni slucaj. iz skripte koja ima 35-40 str(skriptarnica)

2.4.2. Slucaj bez uzorkovanja-iz skripte

Tehnika drveta odlucivanja nije nista vise nego lepa graficka interpretacija aposteriorne analize.

Slika 2.4.1.Iz knjige

3. Analiza Rizika

3.3. Definicija rizika

Mnoge defincije rizika npr. KNIGHT-rizik naziva “merljivom neizvesnoscu”, drugi “neizvesnost gubitka”. Ipak moze se reci da rizik podrazumeva dve osnovne komponenete:

1. nezeljeni gubitak ili posledicu,
2. neizvesnost u odigravanju posledica.

Rizik je mogucnost realizacije nezeljene posledice nekog dogadjaja.

Analiza rizka – pruža donosiocu odluke logički okvir koji mu omogućava izbor najbolje akcije.

3.4. Scenario Analize Rizika

Analiza rizika se prvenstveno bavi neizvesnoscu koja postoji u posmatranom problemu,ona obezbedjuje logicku kvantitativnu proceduru u proceni neizvesnosti i evaulaciji poretka.

1. **Kriterijum i relevantne promenjive** - indetifikuju se svi faktori koji uticu na kriterijumsku promenljivu i oni u sebi nose neizvesnost, zato ih treba posmatrati kao slucajne promenjive.

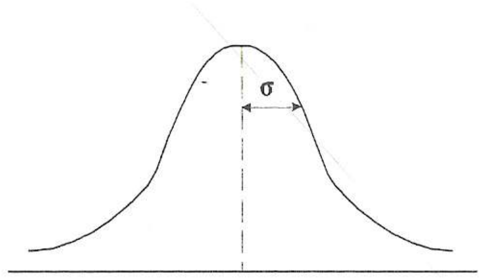
2. **Merenje promenjivih** - merenje moze biti kompleksno (treba odrediti neku skalu), ali negde to ne mora biti slucaj. Treba biti max oprezan radi min gresaka!

3. **Veze zavisnost-nezavisnost izmedju promenjivih** - kriterijumska promenjiva zavisi od nekoliko nezavisnih promenjivih izmedju kojih je moguce ustanoviti i funkcionalnu zavisnost.

4. **Ocenjivanje raspodela verovatnoce** - posto se promenjive indetifikuju kao nezavisne potrebno je oceniti njihove raspodele verovatnoca (subjektivna ubedjenja). Neke od metoda su:

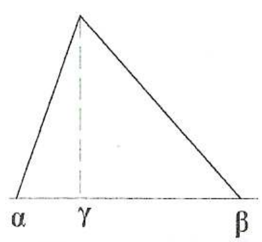
   1. **<u>direktna metoda</u>** (ocena pojedinacnih verovatnoca za sve moguce rezultate, moze se koristiti samo ako su raspodele verovatnoca diskretne i ako su rezultati koji se odnose na raspodele konacni),
   2. **<u>parametarska metoda</u>** (je metoda koja se koristi kada je poznato ili kada je moguće proceniti parametre raspodele verovatnoće. Tada je i sama raspodela poznata u potpunosti.),

Primer 1 - Ako poznajemo ili možemo proceniti srednju vrednost ekonomske mere povraćaja **μ** i njenu standardnu devijaciju **δ**, možemo u potpunosti opisati stohastičko ponašanje ekonomske mere povraćaja sredstava.



Ekonomska mera povraćaja (sredstava)

Primer 2 – Ako poznajemo pesimističku, najverovatniju i optimističku procenu troškova konstrukcije, može se oceniti i odgovarajuća „trouglasta“ raspodela verovatnoća.



Troškovi konstrukcije

3. **metoda ocene 5 tacaka** (ovom metodom se najpre ocenjuje pet vrednosti: najmanja, 25%, 50%, 75% i najveca, a potom odredjuje odgovarajuca kumulativna raspodela verovatnoca,

4. **delfi metoda** (to je metoda za strukturiranje procesa grupnih komunikacija takvih da se proces smatra efektivnim ako omogucava grupi pojedinaca, kao celini da resava slozeni problem, sama tehnika podrazumeva dva vazna koncepta:

- *Struktuirani proces komunikacije* – proces ima definisani cilj ili skup ciljeva i postoji plan akcije ka dostizanju cilja.
- *Sistematski pristup*

Procedura primene Delphi metode:

Od članova grupe se na prvom sastanku traži da pojedinačno daju mišljenje i razloge za svoju procenu o vrednosti parametara raspodele. Informacija se prikuplja i obrađuje, a ako je postignut konsensus proces se nastavlja. Ako nije kopija obrade se dostavlja svakom pojedincu koji treba da izvrše reviziju svojih procena. Proces se nastavlja kroz više iteracija dok se ne dođe do konsensusa.

5. **Raspodela verovatnoce kriterijumske promanljive** - kriterijumska promenljiva zavisi od veceg broja drugih po pravilu slucajnih promenljivih, i tim promenljivim je moguce dodeliti raspodele verovatnoca koristeci neku od prethodnih diskutovanih metoda

6. **Monte Karlo simulacija** - simulaciona tehnika koja koristi nekoliko uzorka relevantne promenljive pri razlicitim stanjima i kombinuje rezultate radi generisanja raspodele verovatnoce za kriterijumsku promenljivu. Ovaj proces se nastavlja dok se ne generise dovoljno rezultata za ocenu rapodele verovatnoce.

Slika 3.5.Iz knjige

Koraci:

1. Indetifikovanje kriterijumske promenjive i relevantnih promenjivih,
2. Merenje promenjivih,
3. Istrazivanje veza zavisnost-nezavisnost izmedju promenjivih,
4. Ocenjivanje raspodele verovatnoce za vse promenjive,
5. Raspodela verovatnoca kriterijumske promenjive,
6. Monte Carlo simulacija,
7. Evaluacija projekta.

3.5. Evaluacija projekta

Evaluacija projekta: Tradicionalne metode nasuprot primeni metode analize rizika

Nekoliko tradicionalnih metoda:

1. **Konzervativna metoda prilagođavanja**

2. **Pesimisticko-optimisticka metoda** - podrazumeva korišćenje obe, pesimističke i optimističke procene za sve ili samo neke promenljive koje su relevantne za projekat. **Pesimistička procena** opisuje zbivanja neželjenih posledica, dok **optimistička procena** opisuje zbivanja poželjnih posledica.

   Ove procene služe za evaluaciju projekta pod ekstremnim uslovima.

3. **Rizik-popust metoda** - podrazumeva koriscenje kamatne stope koja treba reflektuje stepen rizika koji se odnosi ma posmatrani projekat, sto je rizik veci veca ce biti i kamatna stopa,

4. **Metoda ocekivane novcane vrednosti** - odnosi se na izbor projekta sa najvećom očekivanom novčanom vrednošću. Na taj način moguće je izabrati projekat sa neželjenim posledicama. Ukoliko pri evaluaciji 2 projekta stoje na raspolaganju 2 kriterijuma: očekivana vrednost i standardna devijacija projekta, potrebno je pri njihovom izboru koristiti obe mere.

5. **Metoda ocekivane varijanse** - procedura metode očekivanje-varijansa podrazumeva uključenje u evaluaciju projekta i očekivane vrednosti i standardne devijacije. Za svaki projekat se računa veličina **V** definisana kao: $\mathbf{V = \mu - A\delta}$

   gde su:

   V – vrednost: očekivanje-varijansa,

   μ – očekivana novčana vrednost,

   δ – standardna devijacija,

   A – koeficijent averzije prema riziku, pri čemu je on jedank $A = [k(\mu)]^{1/2}$,
   gde je **k** preferenca ili f-ja korisnosti.

Kada rukovodilac projekta jedanput proceni **μ, δ** i **A** koji se odnose na projekat, može ih evaluirati i potom izabrati najbolju akciju. Projekat će biti prihvaćen ako je $V \geq 0$, dok je u slučaju ibora izbeđu više projekata najbolji onaj koji ima maksimalnu vrednost za V.

PREDNOSTI I MANE ANALIZE RIZIKA

Prednosti:

Primena analize rizika obezbeđuje:

1. korišćenje procenjenih raspodela svih relevantnih promenjivih koje utiču na kriterijumsku promenljivu, određivanje raspodele verovatnoće te iste kriterijumske promenljive i mogućnosti primene pune informacije sadržane u raspodeli u cilju evaluacije projekta. Zbog toga je za evaluaciju projekta analiza rizka mnogo pogodnija nego metode koje evaluacioni proces baziraju samo na pojedinačnim ocenama.
2. efektivan način uklapanja subjektivnih ulaza u proces analize,
3. okvir za identifikovanje faktora koji utiču na projekat.
4. efikasnu komunikaciju između više strana koje moraju međusobno sarađivati u procesu procenjivanja raspodela verovatnoća.

Mane – Donosilac odluke ne razmatra određene posledice projekta eksplicitno na formalan način. On može imati svoje preference za neke posledice, ali ih ne procenjuje na osnovu preferenci ili funkcija korisnosti. Zbog toga ih ne može uključiti u analizu evaluacije projekta.

4.Teorija korisnosti

4.1.3. Korisnost i odlucivanje

Postoje tri tipicna slucaja odlucivanja i to u uslovima izvesnosti, rizika i neizvesnosti. Razlicite licnosti suocene sa situacijama vrsenja izbora mogu razlicito reagovati, a neki od njih su: 1. davanje prednosti nekoj alternative (zavisi od ukusa pojedinca), 2. razne licnosti mogu razlicito proceniti verovatnocu nastupanja dogadjaja, 3. ono sto je za jednu osobu velika dobit ili veliki gubitak za drugu je samo malenkost.

4.1.4. Osnovni pojmovi

Korisnost je numericka pretpostavka ukusa preference razlicitih ljudi, a formira se u situacijama suocavanja D.O. sa rizikom i nezivesnoscu (odnos donosioca odluke prema riziku i neizvesnosti). **F-ja korisnosti** opisuje max sigurnu sumu novcanih sredstava, koja moze biti zamenjena specificnom situacijom (kocku, lutriju) sa odredenom verovatnocom. **Ekvivalent novcane izvesnosti** je tacka kada je D.O. potpuno indiferentan izmedju kockanja i sigirnog dobitka

Da bi konstrukcija krive korisnosti bila moguca potrebno je odrediti broj kojim je ustanovljen index koristi i koji se naziva KORIST. Pri tom, vecoj vrednosti se dodeljuje veca korist, a manjoj manja korist i potom treba definisati donje i gornje ogranicenje:

V.K(max dobit) + V.K(dobit=0) = K(sigurna dobit)

4.1.5.2. Osobine funkcije korisnosti

Aksiomski pristup-A i B su stanja prirode

A se preferira u odnosu na B (A>B, B<A), B se preferira u odnosu na A(B>A, A<B), A i B su podjednako jednaki (A~B, B~A)

AKSIOM 1: Uporedivost i tranzitivnost - Bilo koja dva ishoda iz skupa izbora se mogu uporedjivati i to pomocu preferiranog i indiferentnog odnosa. Za dva ishoda Ij, Ik vazi:

ili je Ij>Ik, ili je Ij<Ik: ili jeIk~Ij(j≠k)

AKSIOM 2: Redukcija slozenih lutrija - Svaka slozena lutrija se moze redukovati u jednostavnu lutriju: jed.lut.: L = (V_1l_1,V_2l_2,…,Vrlr)

AKSIOM 3: Kontinuitet - Svaki ishod Ij je indiferentan jednostavnoj lutriji u kojoj se nalazi samo ishod Ii i Ir postoji samo jedna vrednostn gde je OS≤nj≤1 tako da je Ij~(njIi;(1-nj),Ir)

AKSIOM 4: Zamenjivost - Ishod ij koji pripada slozenoj lutriji je zamenjiv sa jedistvenom lutrijom koja je indiferentna sa Ij

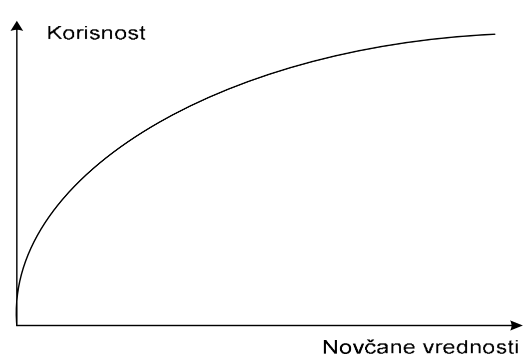
AKSIOM 5: Monotonost - Ako binarni odnos ≥ zadovoljava svih pet aksioma, onda svaki bazicni ishod Ij postoji neki broj uj tako da se preference izmedju dve proste lutrije L iN izrazava odnosom relativnih velicina ocekivanih vrednosti:v1u1+…+vrur,q1u1+…+qrur za prostu(jednostavnu) lutriju L = (v1I1,…,vrIr)se definise f-ja korisnosti u(l)=v1u1+…+vrur.Na isti nacin je moguce def. funkciju korisnosti za jednostavnu lutriju N:u(N)=q1u1+…+qrur

Osobine f-je korisnosti:

1. niz aksioma (1-5) garantuje postojanje u(-) f-je korisnosti, tako da za sve proste lutrije L i N vazi L≥N, ako i samo ako je u(L)≥u(N).
2. posmatra se lutrija < koja nudi alteranative lutrije sa verovatnocom m i lutrija N sa verovatnocom (1-m),posto je L~(vI1:(1-v)Ir)   N~(qI1:(1-q)Ir) onda sledi: u(M)=m*v+(1-m)*q=m*u(L)+(1-m)*u(N)

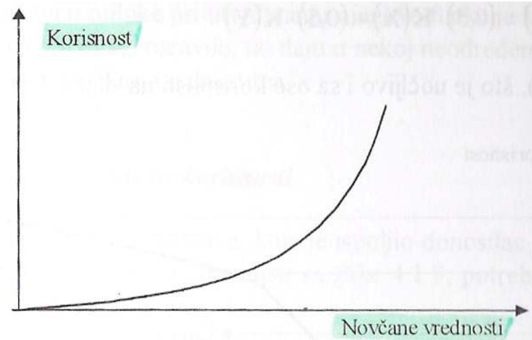
4.1.5.4.Oblici funkcije korisnosti

1. Kada je f-ja korisnosti donosioca odluke *konkavnog oblika*, onda je reč o osobi sa **averzijom prema riziku (Odbojnost od rizika).**



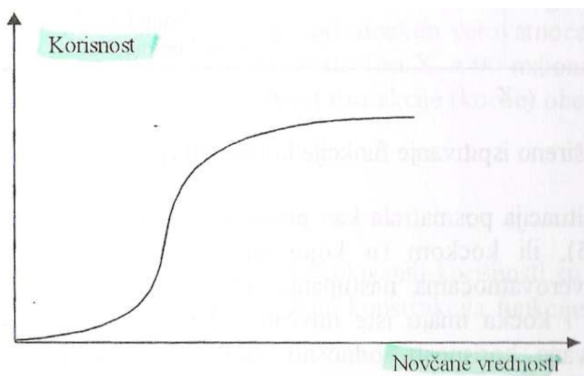
Funkcija korisnosti koja ispoljava averziju prema riziku

2. Kada je f-ja korisnosti donosioca odluke *konveksnog oblika*, onda je reč o osobi koja rado ulazi u rizik, odnosno o osobini **sklonosti ka riziku.**



Sl. 4.1.11. Funkcija korisnosti koja ispoljava poželjnost ka riziku

2. Postoji situacija kada je donosilac odluke **sklon riziku pri manjim novčanim iznosima**, ali se potom ponaša saglasno **averziji prema riziku** tada imamo:



Sl. 4.1.12. F-ja korisnosti koja ima karakteristike i averzije i sklonosti ka riziku

4.1.6.Neke tipicne matematicke funkcije u teoriji korisnosti

Mogu biti:

1. **Eksponencijalna f-ja korisnosti**:

K(x) = $1 - e^{-kx}$

Ili **K(x) =** $\frac{1}{k}(1 - e^{-kx})$

gde su:

x – dimenzija vrednosti

k – pozitivna const.

e = 2,71828

2. **Logaritamska f-ja korisnosti:**

K(x) = log(x+b)

gde su:

x – dimenzija vrednosti

b – const.

3. **Kvadratna f-ja korisnosti:**

K(x) = a + bx – $\mathbf{cx^2}$

gde su:

x – dimenzija vrednosti

a,b,c – const. pri čemu je c>0

4.2. Viseatributivna teorija korisnosti

4.2.2. Analiza viseatributivnih problema

Pod atributom se podrazumevaju sredstvo merenja (evaulacije) nivoa dostizanja nekog kriterijuma, odnosno cilja

4.2.3. Osnove viseatributivne teorije korisnosti

Visetributivna teorija korisnosti se razvila iz koncepta tzv. Neizvesnosti ishoda, pri cemu se javlja na dva nacina kao:

1. neizvesnost ishoda,
2. nesivesnost vrednosti atributa.

Najbolja akcija je akcija sa najvecom ocekivanom korisnosti

Osnove teoriskog istrazivanja viseatributivne TK su:

- analiza merenja indiferentosti,
- modeli dekompozicije koristi,
- visevalentne strukture preference,
- mere rizika,
- nelinearna korisnost vremenskih preferenci i grupnih odluka.

Dimenzija vr.-atribut tj. sredstvo merenja, svaka alternativa karakterise se vecim brojem atributa, koji se izrazavaju kvalitativnim merenjem.

4.2.4. Struktura funkcije korisnosti

Ako se posmatra problem u kome postoji samo dva atributa od interesa A1 i A2 f-ja korisnosti K(A1,A2) moze se definisati samo ako je moguce specificirati numericke korisnosti za intervale A1’<A1<A1” i A2’<A2<A2” F-ja korisnosti predstavlja preferencije (pozeljnost) D.O. u dvodimenzionalnom domenu!

Slika 4.2.1.Iz knjige

U analizi atributa ili viseatributivnog problema, znacajni problem predstavlja utvrdjivanje da li je korisnost svakog atributa nezavisna od vrednosti ostalih atributa.

Promenjiva A1 je nezavisna u odnosu na A2 ako relativne preferencije A1 nisu zavisne od vrednosti preferencija za A2. Nezavisna korist izmedju A1 i A2 moze biti jednosmerna ili reciprocna.

4.2.5.Metod viseatributivne korisnosti sa aditivnom formom

Model dekompozicije se može prikazati kroz:

1. **Aditivnu, tj. zbirnu formu korisnosti:**

$$K(A_1, A_2, ..., A_n) = \sum_{i=1}^{n} c_i K_i(A_i)$$

gde je:

$K_i(A_i)$ **–** marginalna f-ja korisnosti definisana za atribut A_i

c_i **–** koeficijent koji garantuje konzistentnost merenja preko atributa.

2. **Multiplikativnu formu dekompozicije:**

$$K(A_1, A_2, ..., A_n) = a + \prod_{i=1}^{n} c_i K_i(A_i)$$

gde je:

a – const. koja zavisi od koeficijenata $c_1, c_2, ..., c_n$

3. **Multilinearna dekompozicija korisnosti –** polazi od pretpostavke da je za svako i=1,2,...,n atribut A_i nezavisno koristan od ostalih atributa.

Najcesci oblik viseatributivne korisnosti za resavanje realnih problema je aditivna forma:

Koraci (kod OBERSONEA):

1. Def. cilja problema,
2. Def. skupa atributa,
3. Rangiranje atributa,
4. Dodeljivanje tezina pojedinim atributima,
5. Normalizovanje tezina,
6. Def. granicnih vrednosti ogranicenja za sve attribute,
7. Def. krivih korisnosti za svaki atribut,
8. Enumeracija perfomansi atributa za svaku posmatranu akciju,
9. Pretvaranje vrednosti performansi atributa (iz koraka 8.) u odgovarajuce korisnosti za akcije koje nisu eliminisane na osnovu narusavanja ogranicenja iz koraka 6.,
10. Racunanje kompozitne koristi za svaku alternativu,
11. Biranje alternative sa max kompozitnom korisnoscu.

Slika 4.2.3.Iz knjige

Izbor najbolje akcije treba izvršiti na osnovu **maksimalne vrednosti očekivane kompozitne korisnosti.**

5. Novi pristupi u tretiranju neizvesnosti

5.2. Fuzzy sistemi

Teorija fuzzy skupova (rasutih, rasplinutih skupova), predstavlja pogodni matematički aparat za modeliranje različitih procesa u kojima dominira neizvesnost, višeznačnost, subjektivnost, neodređenost, itd. Prvi rad posvećen pojmu rasutih skupova objavio je 1965 god., američki profesor Lotfi Zadeh.

Teorija *fuzzy skupova* omogućava tretiranje onih nedovoljno preciznih pojava koje se ne mogu modelirati samo teorijom verovatnoće ili intervalnom matematikom.

Prema tome, neodređenost kao pojam može se posmatrati kroz sledeće kategorije:

- *kada dati uslovi koji karakterišu pojam ne određuju jedinstveno očekivani rezultat,* ovakve pojave se obično modeliraju teorijom verovatnoće;
- *kada nije moguće, (a nije ni potrebno) precizno znati posmatrane vrednosti,* ovakve neodređenosti se obično tretiraju intervalnom matematikom;
- *kada neodređenost potiče od nepreciznosti u komunikaciji među ljudima (npr. visoki ljudi, niska temperatura, slaba prodaja),* ovakve se neodređenosti modeluju teorijom *fuzzy skupova.*

5.2.1.Osnovni pojmovi iz teorije fuzzy skupova

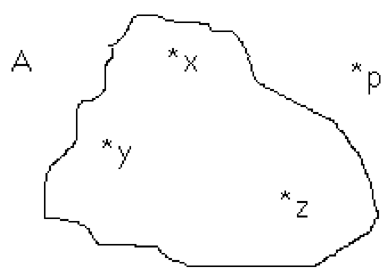
***Fuzzy skup* A** se definiše kao skup uređenih parova {X, µA(x)} gde je **X** konačan skup **X = $x_1 + x_2 + ... + x_n$**, a **µA(x)** funkcija pripadnosti, (+ označava uniju elemenata, a ne matematičku operaciju sabiranja).

Prema tome pripadnost elemenata **x** skupu **A** se u teoriji fuzzy skupova opisuje funkcijom pripadnosti **µA(x)** na sledeći način:

µA(x)=1, ako i samo ako x pripada skupu A

0,ako i samo ako x ne pripada skupu A

Na sledećoj slici prikazan je skup A i elementi x, y, z i p.



Sa slike je očigledno da je µA(x)=1, µA(y)=1, µA(z)=1 i +µA(p)=0.

µA(x) predstavlja stepen pripadnosti elemenata **x** skupu **A.** Ukoliko je **µA(x)** veće, utoliko ima više istine u tvrđenju da element **x** pripada skupu **A.**

Fuzzy skup **A** definisan na skupu **X** se najčešće prikazuje u obliku:

$$A = \mu A(x_1)/x_1 + \mu A(x_2)/x_2 + ... + \mu A(x_n)/x_n = \sum_{i=1}^{n} [\mu A(x_i)/x_i]$$

U slučaju da **X** nije konačan skup, rasuti skup **A** definisan na skupu **X** se izražava kao:

A = ∫ x [μA(x)/x]

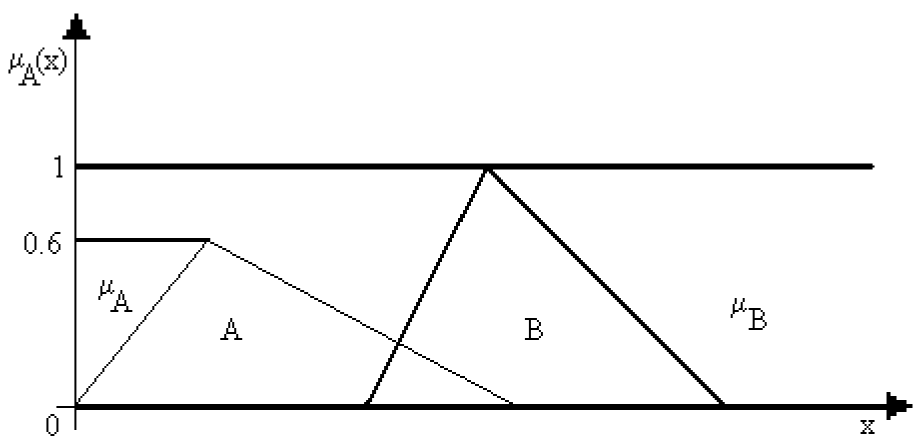
Osnovne osobine fuzzy skupova

1. Fuzzy skupovi A i B, definisani na skupu X, su ***jednaki*** **(A=B)** ako i samo ako za svako xeX važi: $\mu_A(x) = \mu_B(x)$.

2. Fuzzy skup A je ***podskup*** fuzzy skupa B (**A⊂B**) ako i samo ako za svako

   xeX važi $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$.

3. ***Visina*** fuzzy skupa predstavlja najveću vrednost stepena pripadnosti. ***Normalizovan fuzzy*** skup ima stepen pripadnosti bar jednog svog elementa jednak jedinici. Na sledećoj slici prikazani su fuzzy skupovi A i B sa visinama 0.6 i 1 respektivno.



Funkcija pripadnosti skupa A sa visinom 0.6 i

normalizovanog skupa B sa visinom 1

4. ***Komplement*** fuzzy skupa A je fuzzy skup Ã, takav da je:

$\mu_{\tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\mathbf{A}}(x)$.

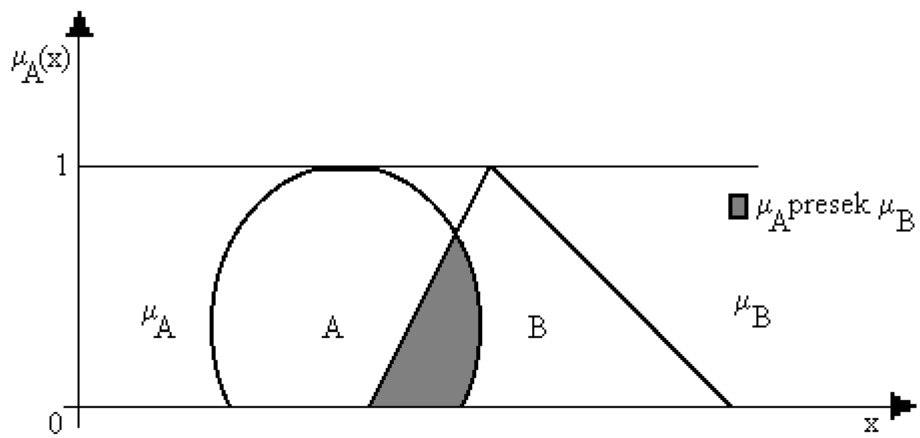
5. Fuzzy skup A je ***konveksan*** ako i samo ako važi:

   $\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \mu_A(x_1) \wedge \mu_A(x_2)$,

   za svako x_1, x_2 e X , i za svako λ e[0,1].

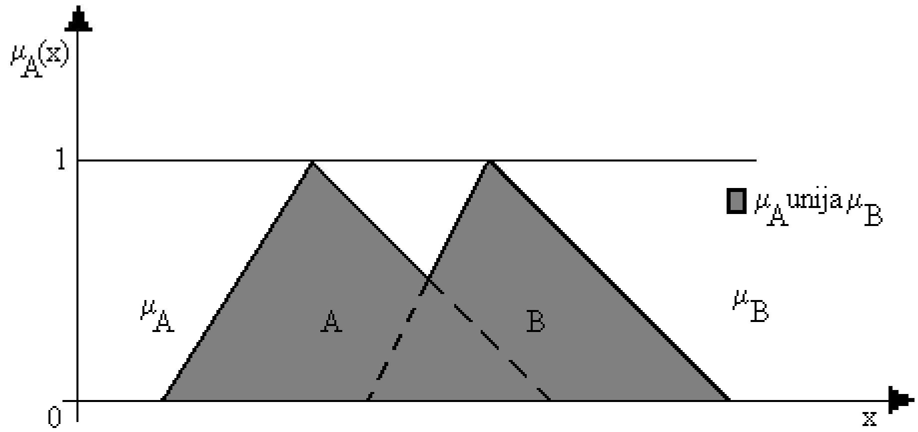
Operacije nad fuzzy skupovima

Presek fuzzy skupova A i B je najveći fuzzy skup koji se istovremeno sadrži u A i B tj. $\mu_{A \cap B}(x) = \min \{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$.



Sl. 6. Funkcija pripadnosti skupa A i B, i njhov presek

Unija fuzzy skupova A i B je najmanji fuzzy skup koji istovremeno sadrži i A i B tj. $\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$.



Sl. 7. Funkcija pripadnosti skupa A i B, i njihova unija

Dekartov proizvod fuzzy skupova $A_1, A_2, \ldots, A_n$ definisanih na skupovima $X_1, X_2, \ldots, X_n$ respektivno, označavamo kao $A_1 * A_2 \ldots * A_n$, a funkcija pripadnosti se izračunava kao:

$$\mu_{A_1 * A_2 * \ldots * A_n}(X_1, X_2, \ldots, X_n) = \mu A_1(X_1) \wedge \mu A_2(X_2) \wedge \ldots \wedge \mu A_n(X_n).$$

Fuzzy relacija

Nakon definisanja Dekartovog proizvoda fuzzy skupova, moguće je definisati i fuzzy relaciju izmedu skupova A i B.

Fuzzy skup definisan na AxB, pri čemu uređeni parovi (a,b) pripadaju relaciji sa stepenom pripadnosti koji se nalazi u intervalu od 0 do 1, predstavlja ***fuzzy relaciju*** između skupova A i B.

Primer: Ako označimo sa A i B respektivno preduzeća iz Beograda i Niša, gde skupu A pripadaju preduzeća a_1,a_2,a_3 i a_4 , a skupu B preduzeća b_1 i b_2, moguće je zapisati u sledećoj formi:

$A=\{ a_1, a_2, a_3, a_4 \}$,

$B=\{ b_1, b_2\}$.

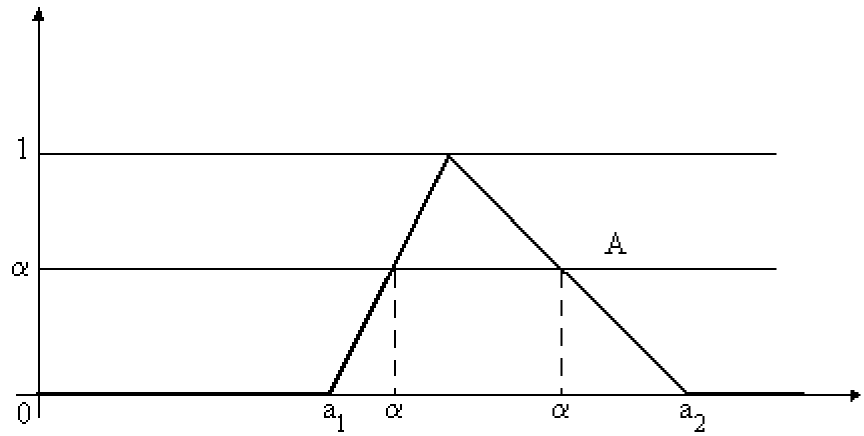
rasplinuta relacija R izmedu skupova A i B označava *poslovnu saradnju* između preduzeća. Konkretna vrednosti funkcije pripadnosti relacije R predstavljena u matričnoj formi ima sledeći izgled:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 \\ 0.9 & 0.5 \\ 0.8 & 0.1 \\ 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}$$

Najmanja poslovna saradnja je između preduzeća a_3 i b_2, dok je ona najveća kod preduzeća a_2 i b_1.

5.2.2. Fuzzy broj

Fuzzy broj predstavlja normalizovan i konveksan fuzzy skup koji karakteriše *interval poverenja* [a1, a2] i *stepen uverenosti* (sigurnosti) α. Na sledećoj slici prikazan je rasplinut broj A i odgovarajući interval poverenja i stepen sigurnosti.



Fuzzy broj, interval poverenja i stepen sigurnosti

Osnovni oblici fuzzy broja

Posebnu klasu fuzzy brojeva čine tzv. *trouglasti* i *trapezoidni* fuzzy brojevi. Trouglasti fuzzy broj, uslovljen je oblikom funkcije pripadnosti i okarakterisan je sledećim oblikom:

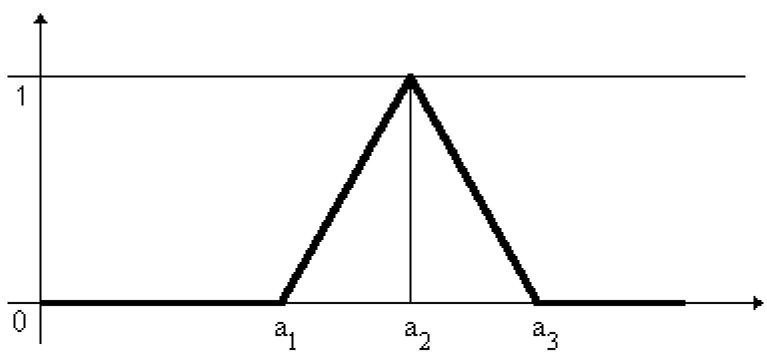
$A=(a_1, a_2, a_3)$,

gde je:

a_1 - donja (leva) granica fuzzy broja,

a_2 - vrednost fuzzy broja sa najvećim stepenom pripadnosti, i

a_3 - gornja (desna) granica fuzzy broja.

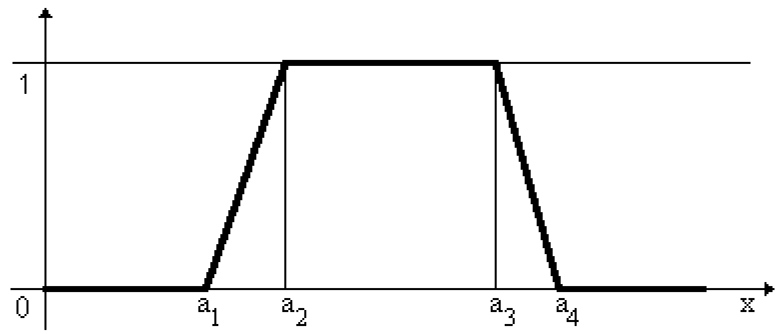


Sl. 9. Trouglasti fuzzy broj A

Drugu klasu čine trapezoidni fuzzy brojevi, okarakterisani sledećim

oblikom:

A=(a_1, a_2, a_3, a_4), sa oblikom prikazanim na sledećoj slici:



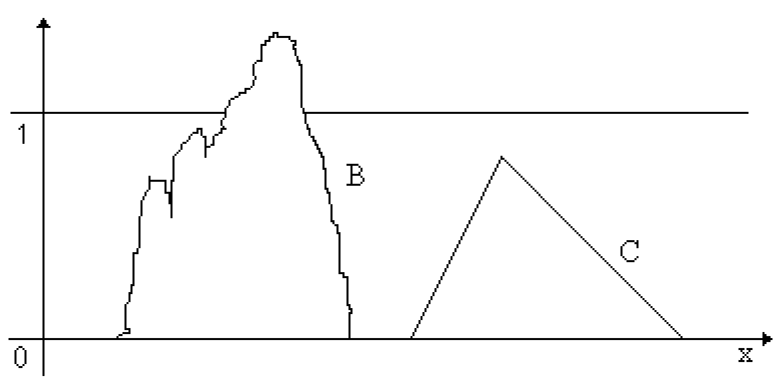
Sl. 10. Trapezoidni fuzzy broj A

Nad fuzzy brojevima su definisane i *osnovne operacije,* tako da za rasplinute brojeve sa stepenom uverenosti α: $X\alpha=[x_1\alpha, x_2\alpha]$, i $Y\alpha= [y_1\alpha, y_2\alpha]$ važi:

$$X\alpha(\bullet)Y\alpha=[x_1\alpha \bullet y_1\alpha,\ x_2\alpha \bullet y_2\alpha] ,$$

gde $\bullet$ predstavlja simbol jedne od 4 osnovne računske operacije: sabiranje, oduzimanje, množenje ili deljenje tj. $\bullet \in \{ +, -, *, / \}$.

Takođe je jako važno dodati da fuzzy broj mora biti konveksan i normalizovan. Već je istaknuto da pojam *normalizovan* znači da bar jedan član rasutog skupa **A** mora imati stepen sigurnosti 1. U ovom slučaju, na sledećoj slici skupovi B i C ne zadovoljavaju ove uslove (jer niti su konveksni niti normalizovani) pa nisu fuzzy brojevi.



Fuzzy skupovi B i C ne mogu biti fuzzy brojevi

5.2.3.Fuzzy matematicko programiranje

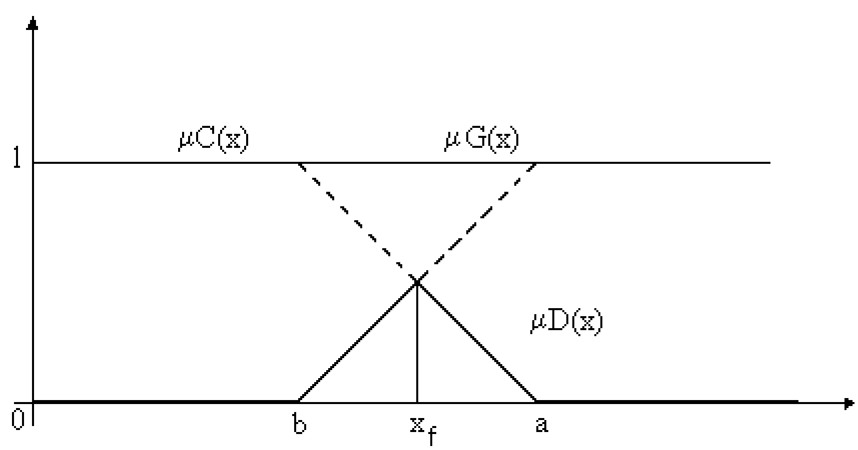
Pretpostavimo da postoji jedna ili više kriterijumskih funkcija. Označimo sa **G** skup koji predstavlja rasutu oblast definisanosti skupa kriterijumskih funkcija. Isto tako, sa **C** označićemo rasuti skup koji predstavlja rasuti skup definisanosti skupa ograničenja. Neka su rasuti skupovi **G** i **C** definisani na skupu **X.** Prema Bellman-u i Zadeh-u (1970) rasuta oblast definisanosti rešenja je okarakterisana skupom **D** čija je funkcija pripadnosti:

$$\mu D(x) = \min \{ \mu G(x), \mu C(x) \}$$

Skup **D** presek rasutih skupova **G** i **C**. On predstavlja skup rešenja postavljenog problema koja istovremeno zadovoljavaju i skup postavljenih kriterijumskih funkcija i skup ograničenja.

Neka je sada cilj iskazan težnjom da želimo da "**x** bude znatno veće od **b"** i pretpostavimo da u modelu imamo ograničenja tipa **"x** je znatno manje od **a".** Cilj je okarakterisan rasutim skupom **G**, a ograničenje rasutim skupom **C**. Najčešće ćemo za finalno rešenje uzeti neko iz skupa rešenja kojima odgovara najveći stepen pripadnosti skupu **D.** Skup finalnih rešenja definišemo kao:

$$A_f = \{x_f \mid \mu D(x_f) > \mu D(x)\}, \text{ za svako } x \text{ e } X$$



Funkcije pripadnosti rasutih skupova G, C, D.

Fuzzy skup **D** je skup svih rešenja posmatranog problema koji istovremeno zadovoljava i funkciju kriterijuma i skup ograničenja.

5.2.4. Fuzzy linearno programiranje

Opšta matematička formulacija zadatka linearnog programiranja se definiše na sledeći način:

$$\max F = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots c_nx_n$$

p.o.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

…………………………….

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1, x_2, \dots x_n \geq 0$$

Prilikom rešavanja problema linearnog programiranja u kojima postoji rasutost pojedinih koeficijenata i/ili ograničenja, Tanaka i Asai (1984) su uveli pojam "nivoa zadovoljenja" **h**. Oni pod nazivom nivo zadovoljenja **h** podrazumevaju vrednost (između 0 i 1) sa kojom su (u najgorem slučaju) zadovoljenje sve kriterijumske funkcije i sva ograničenja postavljenog problema rasutog matematičkog programiranja.

$$\mu\, C_i \geq h \quad \forall\, i = 1,m.$$

$$\mu\, G_j \geq h \quad \forall\, j = 1,n.$$

μC_i(h) - funkcija pripadnosti **i**-tog postavljenog ograničenja,

μG_j(h) - funkcija pripadnosti **j**-tog postavljenog cilja,

m - ukupan broj ograničenja,

n - ukupan broj ciljeva (kriterijumskih funkcija).

Prilikom rešavanja primera fuzzy linearnog programiranja, mogući su sledeći slučajevi:

- kada su rasplinuti koeficijenti u ograničenjima,

- kada su rasplinuti koeficijenti u funkciji kriterijuma,

- kada su rasplinuti koeficijenti slobodnog člana u ograničenjima.

U gotovo svim granama industrije i privrede postoji veliki broj uspešnih radova zasnovanih na fuzzy logici. Video kamkorder, mašina za pranje veša, TV, grejač tople vode, usisivač su samo neki od uspešnih proizvoda koji u sebi sadrže fuzzy kontroler.

Prednost primene rasute logike je ta što se ona zasniva na formalno uspostavljenoj teoriji i kao takva predstavlja osnovu za uspostavljanje naučnog pristupa za izgradnju tehnologije i izbor elemenata tehnološkog procesa u uslovima nepotpunih, nepreciznih, nejasnih i nepouzdanih informacija.

5.2.5. Fuzzy logika

Početkom ′90-tih svetskom tržištu je ponuđen veliki broj proizvoda japanske visoke tehnologije zasnovan na **FUZZY** logici

Prednost primene fuzzy logike je ta što se ona zasniva na formalno uspostavljenoj teoriji i kao takva predstavlja osnovu za uspostavljanje naučnog pristupa za izgradnju tehnologije i izbor elemenata tehnološkog procesa u uslovima nepotpunih, nepreciznih, nejasnih i nepouzdanih informacija.

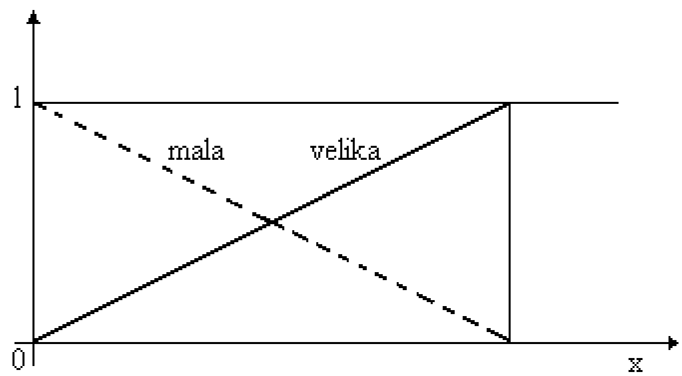
Jedna od mnogih tajnovitih vrata budućnosti uveliko otvorena shvatanjem i neprestanom težnjom za razumevanjem i rešavanjem problema koji u sebi sadrže pojam **FUZZY.**

Fuzzy logika kao osnova fuzzy sistema omogućuje donošenje odluka na osnovu nepotpunih informacija, a modeli zasnovani na *fuzzy logici* se sastoje od tzv. IF - THEN pravila. Fuzzy logika se najčešće koristi za modeliranje složenih sistema u kojima je primenom drugih metoda veoma teško utvrditi međuzavisnosti koje postoje između pojedinih promenljivih.

Modeli zasnovani na rasutoj logici sastoje se od "IF-THEN" pravila ("ako-onda"). Jedno tipično IF-THEN pravilo je:

IF vrednost promenljive **x** VELIKA

THEN vrednost promenljive **y** MALA



Funkcije pripadnosti skupova VELIKA i MALA

IF-THEN pravila se međusobno povezuju sa "ELSE" (ili). Primer algoritma aproksimativnog rezonovanja predstavlja sledeći skup pravila:

IF vrednost **x** VELIKA

THEN vrednost **y** MALA

ELSE

IF vrednost **x** SREDNJA

THEN vrednost **y** SREDNJA

ELSE

IF vrednost **x** MALA

THEN vrednost **y** VELIKA

5.3. Grubi skupovi

Osnovna predpostavka u teoriji grubih skupova je da se svaki predmet (objekat) rasprave povezuje sa nekom informacijom (podatkom). To znači da je svaki objekat prikazan pomoću odredenih informacija o njemu. Više objekata opisanih istom informacijom su nerazberivi (međusobno slični), odnosno ne mogu se medusobno razlikovati s obzirom na dostupne informacije. Relacija generisana na ovaj način se naziva relacija *nerazberivosti* (nerazdvojivosti objekata) i ona predstavlja matematičku osnovu teorije grubih skupova

Nakon definisanja relacije nerazberivosti, problem teorije grubih skupova se definiše na sledeći način:

Predpostavlja se da se posmatra ***konačan skup objekata U*** koji se naziva Univerzum i ***binarna relacija I*** nad U koja se naziva ***relacija nerazberivosti (nerazdvojivosti objekata).***

Ova relacija može da bude jednačina ili nejednačina. Relacija I treba da objasni činjenicu da je naše znanje o elementima posmatranog univerzuma ograničeno i da smo zato u nemogućnosti da ih razlikujemo. To znači da ne možemo operisati sa pojedinim elementima (objektima) već sa skupovima sličnih objekata, koji su sa matematičke tačke gledišta klase ekvivalencije relacije I.

5.3.2.Osnovne operacije teorije grubih skupova

Pristup teorije grubih skupova ovaj problem rešava predpostavkom da se bilo koji neodredeni objekat može opisati parom određenih pojmova koji se nazivaju donja i gornja aproksimacija. Donja i gornja aproksimacija su dve osnovne operacije u teoriji grubih skupova. *Donja aproksimacija* se sastoji iz svih objekata koji sigurno pripadaju skupu, *a gornja aproksimacija* sadrži sve objekte koji mu verovatno pripadaju (oni koji sigurno pripadaju i oni za koje se ne može sa sigurnošću tvrditi da pripadaju). Razlika između gonje i donje aproksimacije čini *graničnu oblast* neodređenog pojma (objekta).

Neka je $X \subseteq U$, ***gornja aproksimacija*** $I^{*}(X)$ i ***donja aproksimacija*** $I_{*}(X)$ definišu se na sledeći način:

$$\mathbf{I^{*}(X) = \{x \in U:\ I(x)\ presek\ X\ razlict\ od\ 0\}}$$

$$\mathbf{I_{*}(X) = \{x \in U:\ I(x) \subseteq X\}}$$

gde je ***I(x)*** skup svih nerazberivih objekata sa objektom ***x.***

Granična oblast objekta x:

$$\mathbf{BN_i(X) = I^{*}(X) - I_{*}(X)}$$

Grubost (neodređenost) skupa iskazuje se brojno ***koeficijentom tačnosti aproksimacije*** objekta ***x:***

$$alfa_i(X) = |\ I_{*}(X)\ |\ /\ |\ I^{*}(X)\ |$$

gde je **| X |** kardinalnost skupa **X;**

Ako je $alfa_i(X) = 1$, skup je precizan; u suprotnom ako je $alfa_i(X) < 1$, skup je grub prema I.

5.3.3.FUNKCIJA GRUBE PRIPADNOSTI

Prema predhodno izloženom, u teoriji grubih skupova postoje elementi (objekti) univerzuma koji se ne mogu sa sigumošću svrsati u elemente nekog određenog skupa, i koji čine grubi skup. Zbog toga, da bi se problem nesigurnosti raspravio treba uvesti funkciju pripadnosti elemenata grubom skupu koja se naziva *funkcija grube pripadnosti.*

Funkcija grube pripadnosti objekta x grubom skupu se definiše na sledeći način:

$$\mu^{i}_{x}(x) = | X \text{ presek } I(x)| / |I(x)|$$

Ako je $\mu^{i}_{x}(x) = 0$, *x* ne pripada grubom skupu; zatim, ako je $\mu^{i}_{x}(x) = 1$, *x* pripada grubom skupu; i ako je $0 < \mu^{i}_{x}(x) < 1$, *x* verovatno pripada grubom skupu;

Uz pomoć funkcije grube pripadnosti moguće je definisati aproksimacije i graničnu oblast grubog skupa na sledeći način:

$$I^{*}(X) = \{x \text{ e } U: \mu^{i}_{x}(x) > 0\}$$

$$I_{*}(X) = \{x \text{ e } U: \mu^{i}_{x}(x) = 1\}$$

$$BN_{i}(X) = \{x \text{ e } U: 0 < \mu^{i}_{x}(x) < 1\}$$

Nakon definisane funkcije grube pripadnosti, u nastavku se prikazuju osnovni problemi redukcije znanja.

REDUKCIJA ZNANJA I ZAVISNOSTI

Da bi se izvršila pravilna klasifikacija posmatranih objekata u određene skupove, obično se koristi više informacija, odnosno atributa. To znači da se ne posmatra samo jedna, već čitava familija relacija nerazberivosti (nerazdvojivosti objekata) $I = \{I_1, I_2, \ldots I_n\}$ nad univerzumom U. Teoretski, presek skupova relacija ekvivalencije $I_1, I_2, \ldots I_n$ je takode relacija ekvivalencije:

$$\boldsymbol{\cap I = \cap^{n}_{i=1} I_{i}}$$

$$\textbf{presekI} = \textbf{presek}^{n}_{i=1} \mathbf{I_{i}}$$

U ovom slučaju elementarni skupovi su klase ekvivalencije relacije ekvivalencije **presek I**. S obzirom da elementami skupovi odreduju naše znanje o univerzumu, postavlja se pitanje da li se neki atributi po kojima klasifikujemo objekte mogu izbaciti a da se ne naruši nerazberivost? To je moguće i šta više poželjno. Pa tako, najmanji podskup I' skupa I takav da važi $\cap \mathbf{I} = \cap I'$ (**presek I** = **presek** I') naziva *se **redukcija***. Nad bilo kojim univerzumom moguće je izvršiti više redukcija.

Takođe postavlja se pitanje ***odnosa (zavisnosti)*** izmedu relacija ekvivalencije u familiji I. Relacija nerazberivosti I zavisi od relacije nerazberivosti I' ako je svaka klasa ekvivalencije I' uključena u neku klasu ekvivalencije I:

$$\mathbf{I' \rightarrow I \text{ ako je } I' \subseteq I.}$$

I'strelica na desno I ako je I' $\subseteq$ I.

FAKTOR VERODOSTOJNOSTI

Do sada je implementirano više sistema za podršku odlučivanju (SPO) čiju osnovu čini teorija grubih skupova. Sa računarske tačke gledišta u osnovi teorije grubih skupova su tabele podataka (tabele odlučivanja). Kolone tabela su atributi (stanja ili odluke), a kolone su elementi (objekti) posmatranja. U tabeli se nalaze vrednosti atributa za svaki posmatrani element. Svaki red tabele posmatra se kao posebna informacija o određenom elementu.

Svaka tabela odlučivanja može se prikazati kao algoritam odlučivanja koji se sastoji iz pravila odlučivanja oblika 'IF...'THEN.. '.

Prilikom rešavanja problema veoma često se sreće situacija kada su za dva ili više posmatranih elemenata uslovi (vrednosti atributa stanja) isti, ali su odluke (vrednosti atributa odluke) različite, pa se tako ne može doneti ispravna odluka primenom ovih pravila. Ova pravila se nazivaju nekonzistentna (nesigurna) pravila, dok su ostala konzistentna (sigurna) pravila. Da bi se rešio problem nekonzistentnih pravila, svakom pravilu se pridružuje tzv. ***faktor verodostojnosti,*** koji računa verodostojnost svake moguće odluke predložene nekim pravilom. Faktor verodostojnosti se može definisati (između ostalog) preko funkcije pripadnosti $(\mu^i_x(x))$.

Neka $\delta(x)$ označava pravilo odlučivanja pridruženo objektu x, pa se ***faktor verodostojnosti*** definiše na sledeći način:

$$C(\delta(x))=\begin{cases} 1, & \text{za } \mu^i{}_x(x) = 0 \text{ ili } 1; \\ \mu^i{}_x(x), & \text{za } 0 < \mu^i{}_x(x) < 1; \end{cases}$$

Tako, za svako konzistentno pravilo vrednost faktora verodostojnosti će biti jednaka jedinici, a vrednost faktora verodostojnosti za nekonzistentna pravila biće jednaka vrednosti funkcije pripadnosti tog elementa posmatranom skupu, što znači između nula i jedan. Što je vrednost faktora verodostojnosti bliža jedinici to je pravilo verodostojnije.

6. Visekrieterijumsko odlucivanje

6.1.2. Uvod

Visekriterijumsko odlucivanje(VKO) se odnosi na situacije odlucivanja kada postoji veci broj konfliktnih kriterijuma.Sve klasicne optimizacione metode koriste samo jedan kriterijum pri odlucivanju, cime se drasticno umanjuje i realnost problema koji se mogu resavati!

VKO obuhvata veliki broj problema, ali svi ti problemi imaju neke zajednicke karakteristike:

1. veci broj kriterijuma,
2. konflikt medju kriterijumima,
3. nesamerljive jedinice mera,
4. projektovanje ili izbor, resenja ove vrste problema (VKO) su ili projektovanje najbolje akcije (alternative) ili izbor najbolje akcije iz skupa prethodno definisanih konacnih akcija.

Problemi (VKO) se mogu klasifikovati u dve grupe:

1. Viseatributivno odlucivanje (VAO) ili kako se u poslednje vreme sve vise naziva visekriterijumska analiza (VKA),
2. Viseciljno odlucivanje (VCO).

	VAO	VCO
1.Kriterijum(definisan)	Atributima	Ciljevima
2.Cilj	Implicitan(lose definisan)	Eksplicitan
3.Atribut	Eksplicitan	Implicitan
4.Ogranicenja	Neaktivna(uklj. u attribute)	Aktivna
5.Akcija(alternative)	Konacan broj(diskretne)	Beskonacan b.(kontinualne)
6.Interakcija sa D.O.	Nije izrazita	Izrazita
7.Primena	Izbor/Evaulacija	Projektovanje

6.1.3. Viseatributivno odlucivanje(VAO)

Svaki atribut treba da obezbedi sredstvo ocene (evaluacije) nivoa jednog kriterijuma (cilja). Po pravilu veci broj atributa treba da karakterise svaku akciju (alternativu) i oni se biraju na osnovu izabranih kriterijuma od strane D.O..Cesti sinonimi za atribute su: parametri perfomanse komponente, faktori karakteristike osobine! Tipican nacin prikazivanja problema VAO je matricna forma:

$$O = \begin{matrix} x11 & x12 & \dots & x1n \\ x21 & x22 & \dots & x2n \\ \dots & & & \\ xm1 & xm2 & \dots & xmn \end{matrix}$$

xij-vrednost i-te akcije (i=1,…,m) u odnosu na j-ti atribut (j=1,…,n)

U problemima VAO akcije se opisuju sa 2 vrste atributa:kvantitativnih i kvalitativnih. Problemi koji se u ovakvim slucajevima javljaju se:

- Kako uprediti ove dve vrste atributa,
- Kako tretirati razlicite jedinice mere.

Postoje tri vrste skala merenja koje se mogu koristiti pri merenju razlicitih kvantiteta:

1. **Redna skala** (stavlja merene akcije u redosled - rangove) pri cemu se ne vodi racuna o relativnim rastojanjima izmedju rangova),
2. **Intervalna skala** (obezbedjuje jednake intervale izmedju akcija i oznacava razlike ili rastojanja akcija od nekog unapred definisanog repera - originala)),
3. **Skala odnosa** (obezbedjuje jednake intervale izmedju akcija i oznacava razlike ili rastojanja od nekog originala koji nije unapred definisan).

6.1.3.1. Transformacija kvalitativnih atributa

Za pretvaranje kvalitativnih atributa u interval skale cesto se koriste **Bipolarne skale** (izabere se recimo skala od 0-10, pa se 0 dodeli najnizem nivou, a10 najvisem)

Vektorska normalizacija-svaki vektor-vrsta odlucivanja se podeli sa svojom normom, pri cemu se normalizovana vrednost [nij] normalizovane matrice odlucivanja N dobija iz izraza: normaj=√SUMA(i=1,…,m)xij(na 2) j=1,…,n

Za max nij=xij/normaj, za min nij=1-[xij]/normaj i iz ovoga se dobija normalizovana matrica

Linearna skala-svodjenje vrednosti atributa na interval [0,1], tj. Razne merne jedinice u neimenovani broj: za max lij=xij/x* x*[xj|max xij], za min lij=xj min/xij xij min={xj|min xij} pa sledi linerana matrica odlucivanja

Pojavljuje se dodeljivanje odgovarajucih skupa tezina, za n kriterijuma skup tezina je t_i = [t_1, t_2,…, t_n], gde je SUMA(i=1,…,n) t_i = 1.

6.1.3.2 Metode viseatributivnog odlucivanja

I GRUPA METODA

Metod dominacije

Jedna akcija je dominantna ako nadmasuje neku drugu akcijiu u jednom ili vise atributa, a u ostalim je jednaka. Na ovaj nacin eliminise se akcija nad kojom je ustanovljena dominacija. Da bi alternative bila dominantna treba da zadovolji uslov:

$xrj \geq xpj$, $j=1,\ldots,n$, $p \neq r$, $a^* = \{at \mid xrj \geq xpj\}$

MAXMIN metoda

Pronaci min linearizovane vr. Po svim kriterijumima u odnosu na alternative u modelu, a zatim pronaci max linearizovanu vr. medju alternativama:

$a^*=\{ai|max(i)min(j)lij\}i=1,\ldots,m;j=1,\ldots,n$, ai-ukupan raspolozivi skup alternative u modulu, lij-linearizacija vr. matrice odlucivanja

MAXMAX metoda

Naci max linear.vr. po svim kriterijumima (vektor ri), azatim pronaci max vr. po alternitavama:

$a^*=\{ai|max(i)max(j)lij\}i=1,\ldots,m;j=1,\ldots,n$, ai-ukupan raspolozivi skup alternative u modulu, lij-linearizacija vr. matrice odlucivanja

II GRUPA METODA

Konjuktivna metoda

Od D.O. se zahteva da precizira min vr. pojedinih atributa tj. Standardni nivo koji je spreman da prihvati-$a^*=\{ai \mid xij \geq xjo\}$-ovo je najprihvatljivija ako za svaki krit. Obezbedjuje da je $xrj \geq xpj$, $j=1,\ldots,n;i=1,\ldots,m$, xij-standardni nivo zadovoljenja po svakom kriterijumu

Disjuktivna metoda

D.O. formira tzv. vektor pozeljnih vr. u kome su def. pozeljne vr. atributa, po svim kriterijumima u modulu.Najprihvatljivija je ona alternative koja u najvecem broju slucajeva zadovoljava uslov:

$x_{ij} \geq x_j^*$, $j=1,\ldots,n$; $i=1,\ldots,m$; x_j^*-pozeljni nivo vr. po svakom kriterijumu

Leksiografska metoda

Najpre se rangiraju krit. saglasno znacaju koji im dodeljuje D.O. Index atributa predstavlja i znacaj atributa!

1.Iz kompletnog skupa izdvajamo samo skup rasplozivih alternativa:

A1={ai|max(i) xij1, za tip kriterijuma max fj1}

{ai|min(i)xij1, za tip kriterijuma min fj1}

A1-skup raspolozivih alteranativa u modelu koje zadovoljavaju postavljeni uslovi u odnosu na 1 i najzacajniji krit.,ai-raspolozive alternative u modelu,xij-vrednost atributa svih alternative u odnosu na 1 i najznacajniji kriterijum fj1

2.Izbor alternative(ako u skupu A1 ima vise alternativa)

A2={ai|max(i) xij2, za max fj2}

{ai|min(i) xij2, za min fj2}

Metoda jednostavnih aditivnih tezina(JAT)

D.O. utice na izbor konacnog resenja dodeljivanjem tezinskih koeficijenata kriterijumima,cime on izrazava svoje preference,tj.vaznost svakog pojedinacnog kriterijuma:

Vek.tezinskog keficijenta: ti=[t1,t2,…,tn], gde je SUMA(i=1,…,n)ti=1.

Izbor najbolje alt.vrsi se prema relaciji:

a*={a|[max SUMA(j=1,…,n)tjlij]/SUMA(j=1,…,n}tj,j=1,…,n;i=1,…,m)

Metoda hijerarhiskih aditivnih tezina(HAT)

Kod ove metode D.O. utice na izbor alterantive preko elemenata vektora tezinskih koeficijanata dodeljenih kriterijumima.Elementi kvatrifikovane matrice odlucivanja transformisu se u matricu P sledecom relacijom:

{xij/SUMA(i=1,…,m)xij, za maxfj}

pij= j=1,…,n

{xij/SUMA(i=1,…,m)1/xij, za min fj}

Matrica p=|pij| se mnozi sa vek.tezinskih koef. T, pri cemu se dobija novi vektor:

W=SUMA(j=1,…,n)tj*pij, iz tako dobijenog vektora trazi se max element:

a*={ai|max(i)Wi}, i=1,…,n

III GRUPA METODA

Metoda linearnog dodeljivanja ranga(LDG)

R:1.izracunavanje matrice zastupljenosti alternative po rangovima,

F:2.matrica pozicija zastupljenosti broja pojavljivanja datog kriterijuma za postojeci rang,

Π:3.matrica pojedinih tezina-izracunavaju se (sabiraju) tezine kriterijuma na mestima pojavljivanja istog kriterijuma

4.na Π se primanjuje metoda rasporedjivanja.

Potrebno je odrediti nenegativne vr. Pik(i,k=1,…,m) koje daju optimalnu vr f-je cilja:

opsti MATEMATICKI MODEL maxZ=ε(i=1,…,m)ε(k=1,…,n) Πik*Pik

p.o.(pri ogranicenjima)

ε(k=1,…,n)Pik=1,i=1,…,m jednoj alt. odgovara jedan rang ε(i=1,…,n)Pik=1,k=1,…,m jednom rangu odgovara jedna alt.

Pik={1,ako ai ima k-ti rang ; 0, ako nema k-ti rang}

mnozenjemvektora raspolozivih alternative (A) sa matricom dobija se potpuni poredak alternative

6.1.4. Viseciljno odlucivanje(VCO)

Za VCO je karakteristicno da sve metode imaju sledece zajednicke osobine:

1. skup ciljeva koji mogu biti kvantifikovani,
2. skup dobro definisanih ogranicenja,
3. proces dobijanja informacija(eksplicitnih ili implicitnih) o indetifikovanim ciljevima(koji recimo nisu kvantifikovani)

Opsti M.M. VCO-a:

max[f1(x),f2(x),…,fp(x)],p≥2

p.o.

gi(x)≤0, i=1,…,m-broj ogranicenja

xj≥0, j=1,…,n-br.promenjivih u modulu

p-broj f-ja kriterijuma,

x-n-dimenzionalni vektor promenjivih u modulu f-je

gi(x)-ogranicenja u modulu

Prevodjenje tipa kriterijuma iz min u max:

minfk(x)=-max[-fk(x)], k=1,…,p

Ukupan dopustivi skup resenja:

X=[x|]gi(x)≤0; i=1,…,m; xj≥0; j=1,…,n]

Vektor kriterijuma:

F(x)=[f1(x),f2(x),…,fn(x)]

Kriterijumski skup:

S=[f(x)|xeX]

fk*(x)=[f1*(x),f2*(x),…,fp*(x)]-idealni vektor

x*=fk[x*]=fk*(x)-savrseno resenje

METODE VCO-a

Nabrojane a o njima u skripti:sa vezbi!!!

1. Metod globalnog kriterijuma-6.1.4.1.,
2. Metod sa f-jom korisnosti-6.1.4.2.,
3. Meotada ogranicavanja kriterijuma-6.1.4.3.,
4. Leksiografska metoda-6.1.4.4.,
5. Ciljno programiranje-6.1.4.5.,
6. STEM-6.1.4.6..

6.2. Metode visekriterijumske analize(VKA)

Postoje:

1. Metod ELECTRE-6.2.3,
2. Metod PROMETHEE-6.2.4.(iz knige)
3. Metod AHP-6.2.5.(iz knige),
4. IKOR-6.4.6

6.2.2. ELECTRE

Uporedjuje akcije u parovima.

Koraci:

1. Racunanje normalizovane matrice odlucivanja,
2. Racunanje teziske normalizovane matrice odlucivanja,
3. Odredjivanje skupova saglasnosti i nesaglasnosti(za max-Spr={j|xpj≥xij}; NSpr={j|xpj<xrj})
4. Odredjivanje matrice saglasnosti,
5. Odredjivanje matrice nesaglasnosti,
6. Odredjivanje matrice saglasnosti dominacije(MSD),
7. Odredjivanje matrice nesaglasne dominacije(MNSD),
8. Odredjivanje matrice agregatne dominacije(MADpr=(MSDpr)*(MNSDpr)),
9. Eliminisanje manje pozeljnih akcija.

7. Grupno odlucivanje

7.2. Uvod

Prema BRANS-u proces odlucivanja u sferi optimizacionih modela, mogao bi se podeliti u dve faze:

1. Prvu fazu modeliranja stanja realnog sistema (1937-1970) koju karakterisu jednokriterijumski modeli,

2. Drugu fazu od 1970 pa na dalje koju karakterisu visekriterijumski problemi, i to u novije vreme sa ***vise ucesnika*** u procesu resavanja problema.

Kod BRANS-a se navode klase kriterijuma:

1. Finansijski krit.,
2. Tehnoloski krit.,
3. Socioloski krit.,
4. Ekoloski krit..

Prema BUL-u poznate su dve situacije GO:1.Paralelni medjuzavisni, 2.Sekvencijalni medjuzavisni

7.3. Osnovni koncept grupnog odlucivanja

Uz pretpostavku analitičkog pristupa rešavanja problema višekriterijumskog grupnog odlučivanja, pretpostavimo postojanje prostora odluka (alternativa, akcija), sa uvedenom promenljivom Ax i prostora dobijanja mogućih rezultata Rq. Ukoliko su oba prostora normirana, sa dozvoljenom funkcijom preslikavanja, f:Ax strelica na desno Rq, ostvaruje se set rešenja q0=f(x0) podskup Cq, gde je x0 e Ax, skup prihvatljivih odluka.

Osnovno pitanje problema višekriterijumskog grupnog odlučivanja jeste pronalaženje procedura za izbor odluka koje odgovaraju željenom rešenju, uz mogućnost selekcije i izdvajanja (što je vrlo čest slučaj) najprihvatljivije alternative.

Bez upotrebe nekih metoda i modela grupnog odlučivanja.Zato je potrebno dadi odgovore na pitanja:

1. Sta je proces GO?,
2. Sta je grupa?,
3. Sta grupna odluka?.

Konceptualni okvir pomenutih faza.

Konceptualni okvir faza grupnog odlučivanja (Slika1.), grubo je podeljena u tri celine (faze):

(1) faza procene

(2) faza dodeljivanja prioriteta

(3) faza analize podataka i zaključivanje.

Faza procene obuhvata tri osnovne aktivnosti: definisanje alternativa, definisanje kriterijuma i definisanje praga saglasnosti između učesnika sesije. Druga faza dodeljivanje prioriteta obuhvata procedure za određivanje redosleda važnosti alternativa uz mogućnost poređenja podataka. I na kraju, treća faza, analiza podatka ima za cilj da na osnovu već prikupljenih podataka identifikuje podgrupe i eventualne problematične aktivnosti, kao i da utvrdi nivo indikatora neusaglašenosti u grupi.

Osnovna karakteristika grupe ili tima za odlučivanje je: *Mali broj ljudi sa komplementarnim veštinama angažovanim u zajedničke svrhe, specifičnog načina ostvarivanja cilja, zajedničkog radnog pristupa i međusobne podele odgovornosti.*

Stalni je porast prednosti grupnog rada u odnosu na pojedinačni (individualni). Neke prednosti kao i izvesni evidentirani nedostaci timskog rada prikazani su u sledećoj tabeli:

PREDNOSTI GRUPE KAO REŠAVAČA PROBLEMA ODLUČIVANJA	NEDOSTACI GRUPE KAO REŠAVAČA PROBLEMA ODLUČIVANJA
▪ Raznolikost stilova rešavanja problema, ▪ Više znanja, ideja i informacija, ▪ Veće razumevanje i posvećenost rešavanju evidentiranog problema, ▪ Težište i usresređenost ka problemu, itd.	▪ Upotreba a ponekad i rasipanje sredstava organizacije, ▪ Potreba za prilagođavanjem novim uslovima, ▪ Moguća dominacija pojedinaca, ▪ Difuzija odgovornosti a sa njome i težnja da se suviše brzo reši problem, itd.

Timski ili grupni rad, u cilju rešavanja evidentnog problema, opravdano je i adekvatno uvoditi kada:

- je problem relativno neodređen, kompleksan i potencijalno konfliktan;
- problem zahteva međugrupnu kooperaciju i koordinaciju;
- problem i njegovo rešenje imaju važne personalne i organizacione posledice;
- je utvrđen značajan, ali ne i hitan krajnji rok rešenja problema, itd.

7.4. Vrste GO

Vrste:

1. Unilatorno odlucivanje,
2. Dvojno odl.,
3. Odl. jegrz grupe,
4. Mamac odl.,
5. Pravilo vecine,

6. Konsenzus odl….

7.5. Faktori rada grupe

Btni faktori rada grupe su:

1. Socijalni uticaj na rad grupe,
2. Faktori formiranja grupe,
3. Posebne osobine koje grupa poseduje.

7.6. Rad grupe

Prednosti:

1. veci broj generisanih alte.,
2. detaljnija analiza predlozenih alt.,
3. ispravka uocenih(indetifikovanih)gresaka,
4. bolja indetifikacija “pravog”resenja….

Nedostaci:

1. blokada GO,
2. smanjenje odgovornosti pojedinh clanova tima,
3. moguca dominacija pojedinca,
4. strah od vrednovanja javno iznete ideje…

Najcesci evidentirani problemi su:

1. polarizacija clanova grupe,
2. velicina grupe,

3. pocetne tenzije i napetost na pocetju rada grupe,
4. neophodno vreme…

7.7. **Metode GO-**osnovni koraci iz knjige

1. Brainstorming metoda,
2. Normalna grupna metoda,
3. Metoda uporedjenog poredjenja,
4. Metoda sortiranje karata,
5. Panel metoda,
6. Delfi metoda,
7. Metoda ekspanzije/kontrakcije/ukrstanja.

7.8. Modeli GO

Moguca varijanta gradnje modela:

1. siroki spektar drustvenih i socijanih procesa,
2. evidencija i diskusija o problemu
3. gradnja adekvatnog M.M.,
4. analiza kreiranog modela,
5. prikaz modela

Ipak su iskristalisana cetiri tipa ekspertize pri gradnji modela:

1. ekspertiza modelovanja,
2. analiticka ekspertiza,

3. ekspertiza zadovoljenja,
4. ekspertiza racionalizacije.

Modeli:

1. Model zbir relacija poretka,
2. Model pravlia vecine,
3. Model zbir rangova,
4. Model aditivnog rangiranja,
5. Model umnozenog rangiranja,
6. Model minimalne vatijanse,
7. Model kompromisnog rangiranja,
8. Model dnevnog red.

Nemoj da odustajes na ispitu samo slusaj kako drugi odgovaraju, i ako ne znas pitanje u celosti napisi sta znas!!!

Srecno!!!!!