

Домаћи задаци из ДМС, 2009.

Радите по један задатак који вам генерише програм на основу броја индекса (остали задаци могу вам послужити за вежбу при спремању колоквијума, односно писменог дела испита). Сваки задатак носи 0–2 поена. Потребно је детаљно образложити решења.

1. Исказни рачун

1. Испитати а) помоћу таблице; б) свођењем на апсурд; в) дискусијом по слову да ли је следећа формула таутологија

$$\left((p \Rightarrow (q \vee r)) \Rightarrow (s \wedge \neg p) \right) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Leftrightarrow r)).$$

2. У реду пред благајном биоскопа стоје Драган, Павле, Катарина, Олга и Марија. Њихов другар Лазар их је видео у реду и о њиховом распореду је рекао следеће:

- „Драган ће купити карту пре Павла, али после Марије.“
- „Катарина и Марија нису једна поред друге.“
- „Олга није ни поред Марије, ни поред Драгана ни поред Катарине.“

Да ли су ове изјаве непротивречне? Да ли можете установити редослед којим ће они купити карте за биоскоп?

3. Пред студентске лиге у фудбалу и кошарци разговарају три студента ФОН-а.

Аца каже: „Ако победимо у фудбалу, победићемо и у кошарци.“

Божа каже: „Ако не победимо у кошарци, победићемо у фудбалу.“

Цане каже: „Бар један од Аце и Боже не лаже.“

Да ли су њихове изјаве непротивречне? Да ли Цане говори истину?

4. Аки, Баки и Шаки су другови који често излазе заједно на пиће. Познато је да свако од њих пије увек исто пиће и то или кока-колу или фанту (само једно од тога). У вези тога ко од њих шта пије, познати су следећи искази:

- 1° Ако Аки пије кока-колу, онда Баки пије исто пиће као и Шаки.
- 2° Ако Баки наручује фанту, онда Шаки пије другачије пиће од Акијевог.
- 3° Ако Шаки наручује кока-колу, онда Аки пије исто пиће као и Шаки.

За кога од њих са сигурношћу можете да тврдите шта пије?

5. Пет мојих комшиница (Слађана, Славица, Сека, Милица и Марија), које одавно везу гоблене, решило је да својим најближима поклони по 1 гоблен („Косовка девојка”, „Борба петлова”, „Монализа”, „Кићење невесте”, „Пастирица”). Колико дуго је свака од њих везла свој рад (4, 5, 6, 7 или 8 месеци) и коме су га поклонила (снаји, кумовима, сестри, брату или ћерки), открићете из овог задатка.

- Она која је свој гоблен поклонила брату, безла га је месец дана дуже него она која је поклон наменила сестри.
- Слађани је за завршавање гоблена било потребно месец дана више него госпођи која је свој гоблен поклонила ћерки (име дарежљиве мајке почиње словом М). Иначе најдуже је вежено „Кићење невесте” (које није радила Сека).
- Славица је гоблен везла за кумове, а она која је гоблен радила 6 месеци нема браће.
- Марија није радила „Борбу петлова”. Она је везла 3 месеца дуже него што је било потребно за „Пастирицу”.
- Милица је поклонила „Косовку девојку”, док је „Монализа” намењена снаји.

6. Дата је скуповна формула

$$A \subseteq B \wedge A \subseteq C \Rightarrow A \subseteq B \setminus (C \setminus B).$$

а) Представити леву и десну страну ове формуле преко Венових дијаграма.

б) Представити ову формулу преко исказних формула.

в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

7. Дата је скуповна формула

$$A \subseteq B \vee B \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq B \setminus (B \setminus C).$$

а) Представити леву и десну страну ове формуле преко Венових дијаграма.

б) Представити ову формулу преко исказних формула.

в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

8. Дата је скуповна формула

$$(A \setminus C) \cup (B \cap D) = ((A \cup B) \setminus (B \setminus D)) \setminus (C \setminus B).$$

а) Представити леву и десну страну ове формуле преко Венових дијаграма.

б) Представити ову формулу преко исказних формула.

в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

9. Дата је скуповна формула

$$(B \cap D) \cap (C \setminus A) \subseteq B \setminus (A \cap D).$$

а) Представити леву и десну страну ове формуле преко Венових дијаграма.

б) Представити ову формулу преко исказних формула.

в) Испитати да ли је исказна формула таутологија (тј. да ли је полазна скуповна формула увек тачна).

10. У зависности од скупова A и B одредити које од следећих скуповних формула су тачне:

а) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \cup B = B$;

б) $A \cap \emptyset = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$;

в) $A \cap B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$;

г) $A \subseteq B \Rightarrow A \setminus B = \emptyset$;

д) $A \cup B = A \Rightarrow A \subseteq B$.

Рок за предају 1. домаћег је петак, 27.03.2009. у 12:22!